ZUR SIMULTANEN GESAMTPLANUNG MITHILFE DYNAMISCHER ENTSCHEIDUNGSMODELLE

Lothar Martens

Berlin 1970

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546510_0002

Dissertationsdruck- und Verlagsanstalt
Werner Blasaditsch · 89 Augsburg · Theodor-Heuß-Platz 3 · Tel. (0821) 25563

Zur simultanen Gesamtplanung mithilfe dynamischer Entscheidungsmodelle

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften
bei der wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen
Fakultät der Freien Universität Berlin
vorgelegt von

Diplomkaufmann Lothar Martens

aus Berlin

Berlin 1970

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Dekan: Prof. Dr. W. Fischer
1. Referent: Prof. Dr. B. Bellinger
2. Referent: Prof. Dr. K. Elsner
Tag der mündlichen Prüfung: 13. 8. 197o

Gliederung

Seite

1. Grundlagen 1
1.1 Die Struktur der simultanen Gesamtplanung 3
1.2 Das verbale Beschreibungsmodell 13
1.3 Die Grundlagen der dynamischen Entscheidungsmodellbildung 16
13.1 Die langfristige Gewinnmaximierung als unternehmerische Zielvorstellung 2o
131.1 Die möglichen Zielvorstellungen 21
131.2 Die Zielauswahl in dynamischen Entscheidungsmodellen 22
131.3 Die Komponenten des langfristigen Gewinns 24
1313.1 Die Ermittlung der Komponenten 24
1313.2 Die Abhängigkeit der Gewinnkomponenten in den Modellen 25
13.2 Die Aktionsparameter des Unternehmers 29
132.1 Die disponiblen Gewinn-Einflußfaktoren des Absatzplans 3o
132.2 Die disponiblen Gewinn-Einflußfaktoren des Produktions- und Beschaffungsplans 3o
132.3 Die disponiblen Gewinn-Einflußfaktoren des Finanzplans 34
132.4 Zusammenfassung 34
13.3 Die Beschränkungen der unternehmerischen Entscheidungsfreiheit durch inner- und außerbetriebliche Bedingungen 35
133.1 Die Kapazitätsbeschränkungen 36
1331.1 Der Begriff der Kapazität 36
13311.1 Die optimale Kapazität 37
13311.2 Die maximale Kapazität 38
1331.2 Die Beschränkungen 4o
133.2 Die Beschränkungen in den Beschaffungs- und Absatzmöglichkeiten 4o

Seite

133.3 Die Beschränkungen im Finanzierungsbereich 41

2. Modellansätze unter Ausschluß von Kapazitätsveränderungen 43

2.1 Der Modellansatz für einen Einaggregat-Betrieb 43

21.1 Der Einaggregat-Betrieb ohne Lagerhaltung (Modell IA) 44

21.2 Der Einaggregat-Betrieb mit Lagerhaltung (Modell IB) 6o

2.2 Der Modellansatz für einen Mehraggregat-Betrieb (Modell II) 74

3. Modellansätze unter Berücksichtigung von Kapazitätsveränderungen 82

3.1 Die Modellbildung unter Berücksichtigung von Kapazitätsveränderungen durch Investitionen 83

31.1 Der Rahmen der Planungsüberlegungen im Investitionsbereich 84

31.2 Der Einfluß der fixen Kosten auf die Gewinnhöhe bei Investitionsentscheidungen 86

31.3 Die Darstellung des Modells (Modell III) 9o

313.1 Das Modell aufgrund der Abschreibungen nach der Lebensdauer 9o

313.2 Die Einführung von Abschreibungen nach der Nutzungsdauer 95

3.2 Die Modellbildung unter Berücksichtigung von Kapazitätsveränderungen durch Abnutzung 98

32.1 Die Arten der Abnutzung 98

32.2 Die Auswirkungen der Abnutzungen auf die Kosten 1oo

322.1 Die Auswirkungen der Abnutzungen auf die Abschreibungen 1oo

322.2 Die Auswirkungen der Abnutzungen auf die Verbrauchsfunktionen 1o4

32.3 Die Produktions-Kapazitätsveränderungen durch die Abnutzungen 1o9

323.1 Der ruhende Verschleiß als Einflußgröße der maximalen Produktionskapazität je Periode 11o

Seite

323.2 Der verbrauchsbedingte Verschleiß als Einflußgröße der maximalen Produktionskapazität je Periode 112

323.3 Das Verhältnis zwischen ruhendem und verbrauchsbedingtem Verschleiß 114

3.3 Die Gesamtdarstellung eines Modells mit Produktions- und Lagerkapazitätsveränderungen (Modell IV) 116

4. Die Einbeziehung des Finanzierungsbereichs in die Planungsmodelle 122

4.1 Die Ableitung der Einnahmen aus systemendogenen Größen und außerbetrieblichen Gegebenheiten 123

41.1 Die Einnahmen aus den Umsätzen 124

41.2 Die Einnahmen aus dem Verkauf von Produktionsfaktoren 126

412.1 Die Einnahmen aus dem Verkauf von Potentialfaktoren 127

412.2 Die Einnahmen aus dem Verkauf von Repetierfaktoren 129

41.3 Einnahmen aus Kapitalaufnahme 13o

413.1 Einnahmen aus Eigenkapital-Aufnahme 13o

413.2 Einnahmen aus Fremdkapital-Aufnahme 132

4.2 Die Ableitung der Ausgaben 137

42.1 Die Ausgaben für den Kauf von Produktionsfaktoren 137

421.1 Die Ausgaben für den Kauf von Repetierfaktoren 137

421.2 Die Ausgaben für die Beschaffung von Potentialfaktoren 142

42.2 Die Ausgaben für die Kapitalrückzahlungen 143

42.3 Die Ausgaben für die Gewinnausschüttungen 145

4.3 Die Berücksichtigung der Einnahmen und Ausgaben in einem Gesamtmodell (Modell V) 147

Seite

43.1 Die Gegenüberstellung der Einnahmen und Ausgaben 147
43.2 Überblick über das Gesamtmodell 149
5. Numerisches Beispiel zur Beurteilung der Anwendungsmöglichkeiten der entwickelten Modelle 153
5.1 Die Darstellung des Beispiels 153
5.2 Die optimalen Planungsergebnisse 158
5.3 Die Beurteilung der Modelle 165

Verzeichnis der in den Modellen häufiger benutzten Symbole 169
Anhang IA 174
Anhang IB 178
Anhang II 186
Literaturverzeichnis 195
Abkürzungsverzeichnis der Zeitschriften 2o4

1. Grundlagen

Im System der Produktionsfaktoren nach Gutenberg scheint die Planung auf den ersten Blick eine untergeordnete Rolle zu spielen, da sie als derivativer Faktor des dispositiven Faktors "Unternehmensleitung" dargestellt wird. [1] In der Literatur wird die Planung unter anderem als "ein System von Entscheidungen" definiert, "durch welche bestimmte Handlungen im Voraus festgelegt werden."[2] Unter Entscheidung ist eine Auswahl unter verschiedenen Möglichkeiten zu verstehen.[3] Zu jeder Zeit tritt an den Unternehmer die Aufgabe heran, aufgrund der vorhandenen Daten über die Zukunft Entscheidungen zu treffen, durch die der Weg des Unternehmens vorgeschrieben wird.

Die Planung innerhalb der Unternehmung kann entweder für Entscheidungen eines betrieblichen Teilbereichs oder für alle Entscheidungen, die in dem gesamten Unternehmen während des vorauszuplanenden Zeitraums auftreten können, entworfen werden. Im ersten Fall wird von Teilplanung, im zweiten Fall von Voll- oder Gesamtplanung gesprochen.[4] Sofern alle unternehmerischen Entscheidungen "gemeinsam in einem Akt ('simultan') geplant"[5] werden, liegt eine simultane Gesamtplanung vor. Eine genaue Untersuchung,

---

1) Gutenberg, E., Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Bd. I, Die Produktion, S. 2 ff., 14. Aufl., Berlin, Heidelberg, New York 1968

2) Koch, H., Betriebliche Planung. Grundlagen und Grundfragen der Unternehmungspolitik, S. 9, Wiesbaden 1961. Ähnlich auch: Grochla, E., Das Problem der Unternehmensplanung. In: Gegenwartsfragen der Unternehmung, Wiesbaden 1961; Gutenberg, E., a.a.O., 12. Aufl., S. 147; Wöhe, G., Einführung in die allgemeine Betriebswirtschaftslehre, S. 96 f., 7. Aufl., Berlin und Frankfurt am Main 1967

3) S. u. a.: Agthe, K., Langfristige Unternehmensplanung. In: Unternehmensplanung, S. 47, Wiesbaden 1963; Elsner, K., Mehrstufige Produktionstheorie und dynamisches Programmieren, S. 8, Meisenheim am Glan 1964; Kosiol, E., Organisation der Unternehmung, S. 101, Wiesbaden 1962

4) Gutenberg, E., Die Planung im Betrieb. In: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 1952, S. 672

5) Koch, H., a.a.O., S. 36

welche Entscheidungen bzw. welche Teilpläne einer simultanen Gesamtplanung zuzurechnen sind, wird im ersten Abschnitt dieses Kapitales vorgenommen.

Für eine theoretische Erörterung einer simultanen Gesamtplanung eignet sich der Realtyp einer Unternehmung als Grundlage nicht; und zwar aus folgenden Gründen: Zum ersten ist die simultane Gesamtplanung noch zu wenig erforscht, um ein reales Modell darstellen zu können; zum zweiten sind die tatsächlichen Zusammenhänge, soweit sie bereits erforscht sind, derart verwickelt, daß entweder überhaupt noch keine Lösungswege gefunden worden sind oder die vorhandenen Großrechenanlagen trotz ihrer schon jetzt ziemlich hohen Speicherkapazität und Rechengeschwindigkeit noch nicht in der Lage sind, den Lösungsweg in angemessener Zeit zu Ende zu führen. Zum dritten dürfte für die Theorie ein reales Gesamtplanungssystem nur von geringem Interesse sein, da es hier vielmehr gilt, die grundsätzlichen Zusammenhänge - losgelöst vom Einzelfall - aufzuzeigen. Es ist daher notwendig, von einem Idealtyp der Unternehmung auszugehen.

Der folgenden Untersuchung wird als Idealtyp ein Ein-Produkt-Betrieb mit einstufiger Fertigung zugrundegelegt. Weiterhin wird vorausgesetzt, daß der Unternehmer über die modellexogenen Größen [1] bis zum Planungshorizont hinreichend informiert ist. Zu diesen Größen zählen insbesondere die zukünftige Nachfrage einschließlich der möglichen Verkaufspreise, das Beschaffungspotential der Produktionsfaktoren Arbeit, Werkstoffe und Betriebsmittel sowohl in quantitativer als auch in qualitativer Hinsicht und die zukünftigen Finanzierungsmöglichkeiten. Im innerbetrieblichen Bereich sind Zufallsereignisse ausgeschaltet wie z. B. ein nicht vorgesehener Maschinenausfall, Katastrophen, aber auch nicht beachtete Veränderungen der Produktions- bzw. Verbrauchsfunktionen und der Anlagekapazitäten.

---

1) S. zu den Begriffen "exogen" und "endogen": Schneider, K. H., Methoden und Methodenfragen der Volkswirtschafts-

Der zugrundegelegte Ein-Produkt-Betrieb stellt ein Modell dar, da "es sich um" ein zusammengesetztes "Gedankengebilde handelt," das "aus der Totalinterdependenz der Wirklichkeit abgegrenzte und übersehbare Teilzusammenhänge ausgliedert, um die bestehenden Abhängigkeitsbeziehungen auf ihre Gesetzmäßigkeit zu untersuchen."[1] Im zweiten Abschnitt dieses Teils wird der Ein-Produkt-Betrieb als verbales Beschreibungsmodell[2] dargestellt. Zur Ermittlung optimaler Entscheidungen ist das verbale Beschreibungsmodell bei komplexen Zusammenhängen zu schwerfällig. Mit Hilfe einer geeigneten Symbolik ist es daher in ein mathematisches Modell umzuformen, in dem die verschiedenen Wahlmöglichkeiten, die dem Unternehmer zur Verfügung stehen, zum Ausdruck kommen. Durch die Lösung eines derartigen Entscheidungsmodells entsprechend der in der Mathematik angewandten Syntaktik werden "die Unterlagen für optimale Entscheidungen geschaffen, d.h. optimale Pläne aufgestellt."[3]

Die Aufstellung von Entscheidungsmodellen ist eigentliche Aufgabe der Untersuchung. Die Begriffsbestimmung und die Voraussetzungen der hier angewandten dynamischen Entscheidungsmodelle werden im dritten Abschnitt dieses Teils untersucht.

1.1 Die Struktur der simultanen Gesamtplanung

In einer Gesamtplanung müssen, wie bereits ausgeführt worden ist, alle wichtigen unternehmerischen Entscheidungen geplant werden. Diese Entscheidungen - und damit auch die Planung - sollen "optimal" gestaltet werden, wobei der Begriff der Optimalität hier im weitesten Sinne aufgefaßt und erst unter 1.3 definiert wird. Entsprechend der Strukturierung der betrieblichen Funktionen

---

lehre. In: Kompendium der Volkswirtschaftslehre, Bd. I, S. 1o, Göttingen 1967

1) Kosiol, E., Modellanalyse als Grundlage unternehmerischer Entscheidungen. In: ZfhF 1961, S. 319

2) ders., a.a.O., S. 319/32o

3) Müller-Merbach, H., Operations Research als Optimalplanung. In : ZfhF 1963, S. 195

wird der Gesamtplan in Teilpläne gegliedert.[1] So unterscheidet Mellerowicz[2] die Teilpläne nach den Hauptfunktionen des Betriebes. Bei ihm sind der Beschaffungs-, Produktions-, Lager-, Absatz- und Verwaltungsplan als Teilpläne zu finden. Die zusammengefaßten Daten dieser fünf Teilpläne werden in dem Finanzplan als Gruppenplan berücksichtigt. Gutenberg[3] nennt als Teilpläne den Beschaffung-, Produktions-, Absatz- und Lagerplan im materiellen Bereich und den Finanzplan im Nominalgüterbereich der Unternehmung. Entsprechend gliedert Koch[4], wobei die ersten vier Pläne Gutenbergs dem Hauptbereich der Unternehmung und der Finanzplan dem Hilfsbereich zugeordnet werden.

Die Teilpläne können sich ihrerseits wieder aus Unterplänen zusammensetzen - der Produktionsplan vereinigt z.B. die beiden Unterpläne für das Produktionsprogramm und den Produktionsvollzug[5] - , die ebenfalls durch eine Integration vorher fertiggestellter Unterpläne der nächstniedrigeren Ordnung entstanden sein können. (So wird der Produktionsvollzugsplan aus dem Bereitstellungs- und dem Ablaufplan integriert.[6] Der Ablaufplan schließlich besteht aus dem Reihenfolge-, dem Termin- und dem Maschinenbelegungsplan.[7]) Die in den einzelnen Teilplänen zu fällenden Entscheidungen üben Wirkungen auf Entscheidungen anderer Teilpläne aus; des weiteren bestimmen sie gemeinsam die Zielgröße des Unternehmens, z.B. den Gewinn. Bei der Aufstellung des Gesamtplans muß den gegenseitigen Abhängigkeitsbeziehungen Rechnung getragen werden. In der Praxis versucht man, die Inter-

---

1) S.: Adamowsky, S., Lang- und kurzfristige Planung. In: Unternehmensplanung. Baden-Baden 1963, S. 36

2) Mellerowicz, K., Planung und Plankostenrechnung, Bd. I, Betriebliche Planung, S. 122 f., Freiburg im Breisgau 1961

3) Gutenberg, E., Planung im Betrieb. In: ZfB 1952, S. 672

4) Koch, H., a.a.O., S. 27 f.

5) Mellerowicz, K., a.a.O., S. 27o

6) ders., a.a.O., S. 28o

7) ders., Betriebswirtschaftslehre der Industrie, Bd. II, S. 21o ff., Freiburg im Breisgau 1958

dependenzen der Teilpläne dadurch zu berücksichtigen, daß diese nach ihrer zunächst einmal relativ unabhängigen Aufstellung mit den anderen Teilplänen abgestimmt werden. Erst jetzt können im Prinzip Diskrepanzen zwischen den einzelnen Teilplänen entdeckt werden. Das führt dazu, daß viele Teilpläne berichtigt werden müssen. Als dominierender Plan wird dabei der Teilplan des Bereichs angesehen, der unter allen Bereichen den Minimumsektor bzw. den Engpaß bildet. Dieses Prinzip ist in die Literatur als "Ausgleichsgesetz der Planung" eingegangen.[1] Ist der Minimumsektor, der im Rahmen des "optimalen" Gesamtplans auftritt, von vornherein bekannt, so kann eine umfangreiche Teilplanungsrevision, die durch unabhängige Planaufstellung verursacht wird, dadurch umgangen werden, daß schon die erste Aufstellung der Teilpläne sich nach dem Engpaß zu richten hat. Je nach dem Ausgangsplan wird von absatz-, kapazitäts- oder beschaffungsorientierter Planung gesprochen.[2]

Es ante ist der optimale Gesamtplan aber nicht gegeben, so daß nur Vermutungen hinsichtlich seiner Gestaltung bestehen können. Infolgedessen kann der Fall eintreten, daß ein im vermuteten Optimum vorliegender Engpaß tatsächlich nicht den Engpaß bildet,[3] so daß die gesamte Planung, die auf dem vermuteten Engpaßsektor aufgebaut ist, falsch ist. Um die durch Planrevisionen entstehende Mehrarbeit zu vermeiden, wird es notwendig, alle Pläne simultan zu erstellen, wodurch eine gleichzeitige Abstimmung der Variablen untereinander erreicht wird.

Dazu bedarf es, wie schon erwähnt, eines mathematischen Entscheidungsmodells, dessen Variablen die Planungsgrößen darstellen und dessen Daten und Beziehungen zwischen Daten und Variablen bzw. zwischen Variablen und Variablen durch den zugrundegelegten Betrieb bestimmt

---

1) Gutenberg, E., Grundlagen..., Bd. I, 14. Aufl. 1968, S. 162 ff.

2) Mellerowicz, K., Planung..., Bd. I, S. 125 f.

3) Vgl. auch Gutenberg, E., Über einige Fragen der neueren Betriebswirtschaftslehre. In: ZfB 1966, Ergänzungsheft I, S. 9

werden. Weiterhin muß ein quantitativ erfaßbares Kriterium gefunden werden, anhand dessen der "Optimalitätsgrad" der den Variablen durch eine Lösung zugewiesenen Werte gemessen werden kann. Außerdem müssen die Größen bestimmt werden, die zu optimieren sind. Diese werden allgemein als Zielvariable bezeichnet.

Ein solches Modell kann selbst für einen Großbetrieb entworfen werden und auch in der Praxis von großem Nutzen sein, da ja der Begriff der Gesamtplanung nicht notwendigerweise einer Planung bis in alle Einzelheiten gleichzusetzen ist. Vielmehr erfüllt das Modell schon dann seinen Zweck, wenn es nur die simultane Aufstellung einer optimalen Umrißplanung ermöglicht, in deren Rahmen die Einzelheiten geplant werden können.[1] Beachtet werden muß jedoch, daß die Planung lückenlos bleibt. Eine lückenlose Planung bedeutet "nichts anderes, als daß in dem Planungssystem wichtige Teile nicht fehlen dürfen".[2] In den folgenden Ausführungen wird grundsätzlich auf diese Gedankengänge zurückgegriffen, soweit dies überhaupt möglich ist.

Die Lückenlosigkeit der im folgenden entworfenen Gesamtplanung ist dann nicht gefährdet, wenn einige Unterpläne nicht oder nur zum Teil enthalten sind; und zwar können die Reparatur-, Werbe- und Reihenfolgeplanung und ein Teil der Termin- und Maschinenbelegungsplanung aus folgenden Gründen entfallen:

a) Durch die Reparaturplanung sollen die Reparaturaufwendungen und die Zeitpunkte bestimmt werden, zu denen die Reparaturen durchzuführen sind. Wegen der Annahme der vollkommenen Information ist dem Unternehmer hier im voraus bekannt, wann Reparaturen anfallen; es sei denn, der Reparaturzeitpunkt wird durch Modellvariable bestimmt, z.B. durch die Höhe der Ausnutzung eines Aggregates. Beide Arten sind in den Modellen schon implizit enthalten, ohne daß ein gesonderter Reparatur-

---

1) Vgl. auch Koch, H., a.a.O., S. 37 f.

2) Gutenberg, E., Planung im Betrieb. In: ZfB 1952, S. 672

plan ermittelt wird. Im ersten Fall ist von der während einer Periode maximal zur Verfügung stehenden Nutzungszeit einer Anlage die Reparaturzeit in Form einer Konstanten abzuziehen, im zweiten Fall kann die Reparaturzeit durch eine Variable berücksichtigt werden, die ihrerseits wieder durch systemendogene Variable ausgedrückt wird. Da der zweite Fall gegenüber dem ersten grundsätzlich keine Änderungen der Modelle verursacht, wird er nicht berücksichtigt, während der erste Fall bereits in der Bestimmung der maximalen Nutzungsdauer je Anlage und Periode enthalten ist.

b) Die Werbeplanung ist deshalb aus den Modellen ausgeschaltet, da die zukünftige Nachfrage, die ja durch die Werbung erhöht werden soll, als exogene Größe je Periode gegeben ist.

c) Den folgenden Untersuchungen ist ein Einprodukt-Unternehmen zugrundegelegt. Daher entfallen die Probleme, die sich hinsichtlich der Belegung der Mehrprodukt-Aggregate durch unterschiedliche Produkte ergeben können. Eine Reihenfolgeplanung ist daher nicht notwendig.

d) Die Terminplanung soll gewährleisten, daß die Produkte spätestens zum Zeitpunkt ihres Verkaufs fertiggestellt sind. Diese Aufgabe der Terminplanung ist in den folgenden Modellen dadurch eingeschränkt bzw. nur sehr grob enthalten, daß eine Periodenbetrachtung zugrundegelegt ist. Es ist nur bekannt, wie hoch die Nachfrage einer Periode insgesamt ist, nicht jedoch, wie die Nachfragefunktion in Abhängigkeit von der Zeit während der Periode verläuft. Daher fällt die zeitliche Festlegung der Fertigstellung der einzelnen Produkte während einer Periode weg. Erhalten bleibt die Aufgabe, dafür zu sorgen, daß dem gesamten Absatz während einer Periode eine genügend große Produktmenge gegenübersteht.

e) Die gleiche Aufgabenbeschränkung besteht bei der Maschinenbelegungsplanung. Es muß zwar ein Plan aufge-

stellt werden, aus dem die gesamte Nutzungszeit während einer Periode hervorgeht, nicht aber, wie diese Nutzungszeit innerhalb der Perioden zu verteilen ist.

In der Literatur sind bereits zahlreiche simultane Planungsansätze zu finden. Im folgenden werden einige Beispiele angeführt. Eine vollständige Darstellung aller Untersuchungen würde den Rahmen dieser Arbeit bei weitem überschreiten, da sich die gesamte Literatur des Operations Research mit derartigen Fragen und Problemen befaßt.

Mit den Anpassungsproblemen der Produktionsmenge an unterschiedliche Absatzmengen befaßt sich Jacob in einer Untersuchung.[1] Er versucht, die verschiedenen Anpassungsmöglichkeiten der Produktion an den Absatz (intensitätsmäßige, zeitliche und quantitative Anpassung) optimal einzusetzen. Dem gleichen Problem widmet sich Pack[2]. Ebenso wie Jacob geht er von einer vorgegebenen Absatzmenge aus. Packs Analyse ist wesentlich umfangreicher. Er dringt tiefer in die innerbetrieblichen Probleme ein, insbesondere bezieht er auch die Reihenfolgeplanung in seine Modellbetrachtung ein und versucht, Produktionsunterbrechungen durch begrenzte Arbeitszeiten zu berücksichtigen. Von Dinkelbach und Steffens[3] wird das optimale Produktions- und Absatzprogramm in einem Aufsatz simultan ermittelt. Die beiden Autoren setzen eine gegebene Preis-Absatzfunktion und nicht beliebig teilbare Produktionsfaktoren voraus. Unter Berücksichtigung der Bearbeitungskosten optimieren Köster, Telegdy[4] die Beschaffungsmenge eines Hüttenwerkes. Als Ziel sind die Kosten der Beschaffung und der Bearbeitung zu minimieren.

---

1) Jacob, H., Produktionsplanung und Kostentheorie. In: Zur Theorie der Unternehmung, Wiesbaden 1962

2) Pack, L., Elastizität der Kosten. Grundlagen einer entscheidungsorientierten Kostentheorie. Wiesbaden 1966

3) Dinkelbach, W., Steffens, F., Gemischt ganzzahlige lineare Programme zur Lösung gewisser Entscheidungsprobleme. In: Unternehmensforschung Bd. 5, Würzburg 1961, S. 12 ff.

4) Köster, H.D., Telegdy, L., Optimierung des Eisenerzeinkaufs mit Hilfe der linearen Programmierung. In: Ablauf- und Planungsforschung. Operational Research 1965, S. 225 ff.

Zahlreiche Autoren befassen sich mit der Frage der optimalen Investitionshöhe. Dinkelbach, Hax[1] teilen dazu die Kosten in einen proportionalen und einen fixen Anteil auf und bestimmen die optimale Investitionshöhe eines Mehrproduktunternehmens, wenn der Betrieb nur quantitativ-zeitlich angepaßt werden kann. Auch Albach[2] widmet sich diesem Problemkreis bei gegebenen Produktions- und Finanzierungsbedingungen. An anderer Stelle[3] erzielt er eine Lösung, indem er in einen investitionstheoretischen Ansatz Verbrauchsfunktionen einbezieht. Dadurch können gleichzeitig alle drei Anpassungsarten berücksichtigt werden. Obendrein wird durch einen Abnutzungsfaktor, dem die Anlagen unterliegen, die Möglichkeit eines Verschleißes der Anlagen betrachtet und ihre Wirkung auf den optimalen Betriebserfolg dargestellt. Ebenso wie in einer Untersuchung bei Förstner, Henn[4] wird jedoch der technische Fortschritt ausgeschlossen. Swoboda[5] unterscheidet zwischen Rationalisierungs- und Erweiterungsinvestitionen. Zusammen mit dem Produktionsprogramm optimiert er die beiden genannten Investitionsarten. In diesem Ansatz sind identische und nicht identische Anlagen investierbar. Swoboda betrachtet die Finanzierungsmittel nicht als gegeben,

---

1) Dinkelbach, W., Hax, H., Die Anwendung der gemischt ganzzahligen linearen Programmierung auf betriebswirtschaftliche Entscheidungsprobleme. In: ZfhF 1962

2) Albach, H., Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung. In: ZfhF 196o, S. 256 ff.

3) ders., Zur Verbindung von Produktions- und Investitionstheorie. In: Zur Theorie der Unternehmung. Wiesbaden 1962

4) Förstner, K., Henn, R., Dynamische Produktionstheorie und Lineare Programmierung, Meisenheim am Glan 1957

5) Swoboda, P., Die simultane Planung von Rationalisierungs- und Erweiterungsinvestitionen und von Produktionsprogrammen. In: ZfB 1965, S. 148 ff.

sondern behandelt sie als endogene Variable.[1] Die Finanzierungsmittel werden bei ihm durch einen konstanten Betrag zuzüglich der durch Desinvestitionen freiwerdenden Mittel bestimmt. Es ist ebenfalls nur quantitativ-zeitliche Anpassung zugelassen. Das Problem, das in einer Untersuchung[2] für ein Bergbauunternehmen gelöst wird, ist etwas anders als die vorhergehenden gelagert. Es werden hier die Kapazitäten mehrerer Steinkohlenreviere, Hauptstrecken förderungen, Schichten und Aufbereitungsanlagen eines Unternehmens simultan aufeinander abgestimmt. Dazu können Investitionen oder Desinvestitionen vorgenommen werden. Eine ähnliche Untersuchung von Bindels[3] mit nichtlinearen Kostenfunktionen führt zum optimalen Flöz-Betriebsergebnis über die gesamte Bauzeit. Das Modell wird durch Simulation gelöst.

Swoboda[4] beschränkt seine Modellbetrachtung nicht nur auf den Investitionsbereich, sondern versucht unter anderem, simultan das Produktions- und Absatzprogramm über mehrere Perioden zu optimieren. Dazu bedient er sich Nachfrage- und Kostenfunktionen, die von Periode zu Periode unterschiedlich sein können. Beide Funktionen werden exogen bestimmt. Die Grenzkosten - bezogen auf die Produkteinheit - sind konstant und können vom Unternehmer nicht variiert werden. Ziel der Untersuchung ist es, die Erlöse abzüglich der variablen Kosten (= Bruttogewinn) abzüglich gegebener Fixkosten zu minimieren.

Viele Untersuchungen stellen die simultane Planung des optimalen Investitions-, Produktions- und Absatzprogramms

---

1) Zu den Begriffen "endogen" und "exogen" s. Anm. 1) auf S. 2

2) Steinmann, H., Schwinn, R., Kapazitätsabstimmung mit Hilfe der linearen Programmierung im Steinkohlenbergbau. In: ZfbF 1967, S. 775 ff.

3) Bindels, G., Ein Rechenverfahren zur Bestimmung der optimalen Größe von Produktionsbetrieben im Steinkohlenbergbau. In: Ablauf- und Planungsforschung. Operational Research 1964, S. 34 ff.

4) Swoboda, P., Beziehungen zwischen betrieblicher Investitionspolitik und Preisbildung. In: ZfbF 1966, S. 1 ff.

dar. Anstelle des Produktionsprogramms wird oft auch das Beschaffungsprogramm gesetzt, wobei unterstellt wird, daß die Produktionskosten je Produkteinheit gleich sind und die Produktionskapazitäten das Beschaffungspotential übersteigen. Jacob[1] ermittelt simultan das optimale Investitions-, Produktions- und Absatzprogramm. Er gesteht dem Unternehmer die Möglichkeit zu, die Nachfrage durch marktpolitische Mittel zu beeinflussen. Der wesentliche Nachteil dieser Untersuchung besteht darin, daß Produktions- und Absatzmenge starr miteinander verbunden sind, da eine Lagerbildung nicht zugelassen ist. Eine interessante Möglichkeit zeigt Wagner.[2] Sein Ziel ist die Maximierung der Kapitalrentabilität, wobei die Finanzierungsform entscheidenden Einfluß auf die Rentabilität ausübt. Wagner stellt ein Modell auf, mit dessen Hilfe die optimale Wahl zwischen mehreren Kapitaleinsatzarten ermöglicht wird. Allerdings ist das dargestellte Modell für die Anwendung in einer Unternehmung unzureichend. Zwar ist die Möglichkeit vorgesehen, Kapital auch für die Produktion eines Gutes einzusetzen, dieses Problem ist aber zu global abgehandelt.

Eine Reihe von Autoren bezieht das Finanzierungsproblem zentral in die Modellbetrachtung ein. Als wesentliche Nebenbedingung wird die Erhaltung des finanziellen Gleichgewichts angesehen. Hier ist ein Modell von Albach[3] zu nennen, in dem der Kapitalwert der Investitionen optimiert werden soll. Hax[4] versucht dagegen, das Betriebsvermögen am Ende des Planungszeitraums zu maximieren. Bellinger[5] nimmt als Zielgröße den Betriebsgewinn. Er legt auf den Absatz Wert und ermittelt global

---

1) Jacob, H., Neuere Entwicklungen in der Investitionsrechnung. In: ZfB 1964, S. 487 ff., S. 551 ff.

2) Wagner, H., Simultanplanung von Investitionen, Beschäftigung und Finanzierung. In: ZfB 1967, S. 7o9 ff.

3) Albach, H., Investition und Liquidität. Die Planung des optimalen Investitionsbudgets, Wiesbaden 1962

4) Hax, H., Investitions- und Finanzplanung mit Hilfe der linearen Programmierung. In: ZfbF 1964, S. 43o ff.

5) Bellinger, B., Langfristige Finanzierung, S. 143 ff., Wiesbaden 1964

in einem simultanen Ansatz den optimalen Absatz-, Produktions-, Finanzierungs- und Investitionsplan.

Nur in wenigen der genannten Abhnadlungen werden Mehrperioden-Modelle dargestellt. Erst durch diese ist aber eine Lagerplanung und damit eine getrennte Beschaffungs-, Produktions- oder Absatzplanung erfaßbar. Begünstigt durch die Entwicklung eines besonderen Rechenverfahrens für mehrstufige Entscheidungsprobleme[1] - der dynamischen Programmierung - wenden sich immer mehr Autoren diesem Problemkreis zu. Zur Beschreibung des Lösungsweges der dynamischen Programmierung wird in vielen Fällen ein Betriebsmodell aufgestellt und die Lagerplanung, die Produktions- oder Beschaffungsplanung und die Absatzplanung über mehrere Perioden optimiert. Die Beschränkungen sind dabei aus didaktischen Gründen relativ einfach gehalten.[2]

Speziell auf den Lagerbereich konzentriert sich Reichmann.[3] Die Produktionskosten werden nur global berücksichtigt. Der Autor berechnet einen Normalkostensatz und einen erhöhten Satz für Überstundenarbeit in der Produktion. Im Lagerbereich ist temporale und intensitätsmäßige Anpassung zugelassen. Die Gesamtkosten aus der Lagerhaltung und der Produktion werden minimiert.

Stähly[4] bringt ein ziemlich umfangreiches Planungsmodell mit einer genauen Kostenaufteilung im Produktionsbereich, das ähnlich wie bei Reichmann aufgebaut ist. Der Schwer-

---

1) Mehrstufige Entscheidungsprobleme sind solche Probleme, in denen "die einzelne Entscheidung die Bedingungen gleichzeitiger oder" sachlich oder zeitlich "nachfolgender Entscheidungen beeinflußt".(Elsner, K., a.a.O., S. 2o)

2) S. u.a.: Beckmann, M., Lineare Planungsrechnung, S. 65 ff., Ludwigshafen am Rhein 1959; Elsner, K., a.a.O., S. 97 ff.; Joksch, H.C., Lineares Programmieren, S. 35 ff., 2. Aufl. Tübingen 1965; Sasieni, M., Yaspan, A.,Friedman, L., Methoden und Probleme der Unternehmensforschung, S. 279 ff., Würzburg - Wien 1965; Vazsonyi, A., Die Planungsrechnung in Wirtschaft und Industrie, S. 74 f., 86 ff., 199 ff., 22o ff., Wien - München 1962

3) Reichmann, Th., Die betrieblichen Anpassungsprozesse im Lagerbereich. In: ZfbF 1967, S. 762 ff.

4) Stähly, P., Kurzfristige Erfolgsrechnung, Würzburg - Wien 1967

punkt der Untersuchung liegt im wesentlichen bei den Reihenfolgeproblemen, da es Stähly vorrangig darum geht, Zusatzaufträge kostenminimal in den bereits bestehenden Auftragsbestand eines Mehrstufen-Betriebes einzugliedern.

Allen Abhandlungen in der Literatur ist gemeinsam, daß sie nur Teilprobleme erfassen. Die umfangreichsten Modelle umfassen nicht mehr Teilpläne als die Modelle, die im folgenden als Modell IA und IB beschrieben werden. Für die Weiterentwicklung (Modell II bis V) können die in der Literatur vorzufindenden Untersuchungen nur als grobe Anhaltspunkte dienen, da das Optimum eines Teilplanungssystems von dem in einem Gesamtplanungssystem ermittelten Optimum desselben Teilbereichs erheblich abweichen kann. Außerdem müssen die Nebenbedingungen zum größten Teil in einem Gesamtplanungssystem anders formuliert werden.

1.2 Die verbalen Beschreibungsmodelle

Die in der Realität vorzufindenden Betriebe eignen sich nicht als Grundlage zur Bildung von mathematischen Modellen, wie bereits ausgeführt worden ist. Es ist erforderlich, zunächst auf ganz einfache Betriebe zurückzugreifen, die nach und nach komplexer gestaltet werden können. Damit erhebt sich die Frage, nach welchen Merkmalen die Betriebe geordnet werden sollen, damit sie den genannten Zweck erfüllen können. Es bieten sich drei Kriterien an, und zwar die Zahl der absatzfähigen Produktarten, die Zahl der Produktionsstufen im Betrieb und die Zahl der vorhandenen funktionsgleichen Aggregate.

Nach der Zahl der absatzfähigen Produktarten der Unternehmung kann zwischen Ein- und Mehrproduktunternehmungen unterschieden werden. Die reinen Einprodukt-Unternehmungen lassen sich in der Praxis selten finden. Da sie bereits eingehenden theoretischen Betrachtungen in vielen Richtungen unterzogen worden sind, erscheint es sinnvoll, von dieser Basis ausgehend die folgenden Untersuchungen auf die Einprodukt-Unternehmungen zu beschränken.

Als zweites Gliederungsmerkmal wird die Anzahl der Produktionsstufen im Betrieb benutzt. Daraus folgt eine Untergliederung in ein- und mehrstufige Betriebe. Es handelt sich hierbei um eine Unterteilung des Betriebes als Produktionsstätte oder um eine Unterteilung des betrieblichen Kombinationsprozesses. Beide Gliederungsarten sind in der Literatur zu finden. Gutenberg geht von der Unterteilung des Betriebes aus: "Jeder Betrieb besteht aus einer Zahl betrieblicher Teileinheiten (maschinelle Aggregate, Arbeitsplätze usw.)."[1] Pack teilt sowohl den Betrieb in Produktiveinheiten[2] als auch die gesamte Leistungserstellung in einzelne Arbeitsgangarten[3] ein. Heinen greift allein auf den Kombinationsprozeß zurück, den er in Elementarkombinationen zerlegt.[4] Der Sinn aller Untergliederungsarten ist wohl im Prinzip der Gleiche: Der Betrieb bzw. der betriebliche Kombinationsprozeß soll soweit in Untereinheiten zerlegt werden, bis es möglich ist, sowohl einen genau bestimmbaren Zusammenhang zwischen der von einer betrieblichen Teileinheit geforderten technisch-physikalischen Leistung und dem dadurch verursachten Faktorverbrauch herzustellen - dieser Zusammenhang ist durch die Verbrauchsfunktion ausgedrückt - als auch eine exakte Beziehung zwischen der technisch-physikalischen Leistung und dem dadurch erzielten Output - eben der ökonomischen Leistung - aufzuzeigen.[5] Beide Bedingungen müßten bei Gutenberg durch die Aggregate, Arbeitsplätze usw., bei Heinen durch die Elementarkombinationen und bei Pack durch die Arbeitsgangarten bzw. durch die Produktiveinheiten erfüllt werden. Beide Bedingungen werden aber auch von den hier genannten Produktionsstufen erfüllt. Der Begriff der Produktionsstufe ist weiter aufzufassen als der Begriff des Aggregates bzw. des Arbeitsplatzes. Er deckt sich insofern mit dem Begriff der Arbeitsgangart nach Pack, da er "jeweils

---

1) Gutenberg, E., Grundlagen ..., Bd. I, S. 317

2) Pack, L., Elastizität der Kosten. Grundlagen einer entscheidungsorientierten Kostentheorie, S. 65, Wiesbaden 1966

3) ders., a.a.O., S. 66

4) Heinen, E., Betriebswirtschaftliche Kostenlehre, Bd. I: Begriff und Theorie der Kosten, ". Aufl., S. 221, Wiesbaden 1965

einen Schritt bzw. eine Stufe innerhalb der Erstellung einer Leistungsart"[6] umfaßt. Da bei Pack jedoch nichts über die Beziehungen zwischen Arbeitsgangart und den beiden hier genannten Bedingungen erwähnt ist, kann über eine weitere Deckungsgleichheit nichts ausgesagt werden. Anders verhält es sich mit der Elementarkombination. Die Begriff der Produktionsstufe und dieser Elementarkombination stimmen überein. Da in der Praxis jedoch von ein- und mehrstufigen Betrieben gesprochen wird - und nicht von Betrieben mit einer oder mehreren Elementarkombinationen -, soll hier anstelle der Elementarkombination die Produktionsstufe treten.

Eine Produktionsstufe kann aufgrund der genannten Bedingungen mehrere funktionsgleiche Aggregate umfassen, wenn diese derart innerhalb des Produktionsprozesses miteinander verbunden sind - z.B. durch ein Fließband -, daß sowohl zwischen der über alle Aggregate summierten technisch-physikalischen Leistung und dem Faktorverbrauch als auch zwischen dieser gesamten technisch-physikalischen Leistung und dem gesamten Output eindeutige Beziehungen hergestellt werden können. Die Leistungen der Aggregate müssen also in einem bestimmten festgelegten Verhältnis zueinander stehen, und dem Unternehmer darf es nicht möglich sein, die Leistung eines Aggregates zu verändern, ohne daß er die Leistung der anderen in dieser Produktionsstufe eingesetzten Aggregate ebenfalls variieren muß. Als auffallendes Kennzeichen für einen mehrstufigen Betrieb kann das Vorhandensein von Zwischenlägern gewertet werden, da hier dem Unternehmer die Wahlmöglichkeit gegeben ist, die Leistung der Aggregate unabhängig voneinander zu variieren.

Die Zahl der funktionsgleichen Aggregate oder Produktiveinheiten je Produktionsstufe bildet ein weiteres Unterscheidungsmerkmal. Funktionsgleichheit von Aggregaten besagt nicht, daß diese Aggregate die gleichen Verbrauchsfunktionen aufweisen müssen, sondern nur, daß ihre ökono-

---

5) Heinen, E., a.a.O., S. 221
6) Pack, L., a.a.O., S. 66

mischen Leistungen qualitativ und in ihrer Verwendung als homogen zu betrachten sind.

Die folgende Untersuchung beschränkt sich auf einen Einprodukt-Betrieb mit einer Produktionsstufe. Daher kommen von den aufgrund der drei Unterscheidungsmerkmale acht möglichen betrieblichen Erscheinungsformen nur zwei in Betracht: Der Einprodukt-Einstufen-Betrieb mit einer Produktiveinheit und der Einprodukt-Einstufen-Betrieb mit mehreren funktionsgleichen Produktiveinheiten. Ohne Berücksichtigung des Finanzierungssektors dienen zu ihrer Beschreibung die Modelle I und II im zweiten und dritten Teil der Arbeit.

Im vierten Teil werden Kapazitätsveränderungen mit in die Betrachtung einbezogen, die durch unternehmerische Entscheidungen oder durch Abnutzung der Aggregate im Zeitablauf verursacht sein können. Da bei nicht festgesetzter betrieblicher Kapazität die Anzahl der dem Betrieb zur Verfügung stehenden Aggregate ebenfalls nicht festgelegt ist, ist das dritte Unterscheidungskriterium - die Anzahl der funktionsgleichen Aggregate - nicht mehr verwendbar. Infolgedessen ist im vierten Teil nur der Einprodukt-Einstufen-Betrieb darzustellen. Im Modell III wird dieser Betrieb ohne die Möglichkeit untersucht, Werkstoffe und Produkte zu lagern; Modell IV umfaßt dagegen auch die Lagermöglichkeiten. Schließlich wird im fünften Teil der Finanzierungsbereich in die Gesamtbetrachtung mit einbezogen. Zur Darstellung des gesamtbetrieblichen Geschehens dient das Modell V.

1.3 Die Grundlagen der dynamischen Entscheidungsmodellbildung

Bevor die mathematischen Entscheidungsmodelle entwickelt werden, ist kurz auf ihre Beziehungen zum Zeitablauf einzugehen. Die Variablen und Daten der folgenden Modelle weisen eine Unterteilung nach Zeitperioden auf. Die Länge der einzelnen Perioden, auf die die Variablen und Daten durch einen Index bezogen sind, ist nicht näher bestimmt. Sie kann als Grenzfall eine beliebig kleine

Größe sein. Die Summe - bei der Grenzbetrachtung das Integral - über alle im Modell enthaltenen Perioden ergibt den gesamten Zeitraum, für den die Planung durch das Modell erfaßt wird.

Eine Indizierung von Größen auf einen bestimmten Zeitraum in einem mathematischen Modell führt nicht unbedingt zu einem dynamischen Modell. Zur Verdeutlichung der folgenden Ausführungen sei x eine Entscheidung, die in einer beliebigen Abhängigkeitsbeziehung zu den Größen a, b, ..., n stehe. x beeinflußt eine zu optimierende Zielgröße Z. Es kann dann geschrieben werden:

(1a) $Z = f(x) = Opt!$

(1b) $x = g(a,b,...,n)$

Es sind bei der Zeitraumbezogenheit der Größen - dargestellt durch einen Index - und den Abhängigkeiten dieser Größen untereinander drei Möglichkeiten denkbar:[1)]

1) Alle Größen und Funktionszeichen sind auf denselben Zeitraum bezogen. Dann können die Indizes einfach weggelassen werden, wie es beispielsweise allgemein in der betriebswirtschaftlichen Kostentheorie üblich ist.[2)]

2) Die Größen sind teils auf die gleiche, teils auf eine andere Periode bezogen. Es gilt für jede Periode t (wobei $t = 1,2,...,t^*$ sein kann):

   (2a) $Z_t = f_t(x_t) = Opt!$

   Unterstellt man, daß die Wertschätzung von Z_t in einer bestimmten Höhe durch das Entscheidungssubjekt unabhängig von der Periode ist - besteht also keine Zeitpräferenz -, dann können zur Darstellung des

---

1) S. u.a.: Frisch, R., On the Notion of Equilibrium and Disequilibrium. In: The Review of Economic Studies, Vol. III 1935/36, S. 1oo ff., Neudruck New York 1959; Schneider, K.H., Methoden ..., a.a.O., S. 1o

2) S. u.a.: Kilger, W., Produktions- und Kostentheorie, Wiesbaden 1959; Kosiol, E., Kostenrechnung, a.a.O., S. 38 ff.

Optimums Z für den gesamten Zeitraum die Perioden-optima über t summiert werden:

$$(2b) \quad Z = \sum_t Z_t = \sum_t f_t(x_t) = \text{Opt!} \quad ^{1)}$$

Zwischen der Entscheidung x_t einer Periode t und den sie beeinflussenden Größen können zwei Arten von Beziehungen bestehen:

a) Die Entscheidung x_t ist nur abhängig von den Größen a, b, ..., n derselben Periode, so daß gilt:

$$(3a) \quad x_t = g_t(a_t, b_t, \ldots, n_t) \; .$$

In diesem Fall üben die Ergebnisse und Wertekonstellationen aller anderen Perioden keinen Einfluß auf die betrachtete Periode aus. Es handelt sich trotz der Indizierung der Größen auf unterschiedliche Perioden immer noch um ein statisches Modell. Das im Abschnitt 21.1 entwickelte Modell IA ist ein derartiges Zustandsmodell. Das Optimum der Zielfunktion kann dadurch ermittelt werden, daß die Optima der einzelnen Perioden isoliert errechnet und dann addiert werden.

b) Die Entscheidung x_t ist von den Werten der Größen a, b, ..., n sowohl derselben Periode als auch der vorangehenden Perioden und von den Entscheidungen der Vorperioden abhängig. Zum Unterschied zu den Entscheidungen in statischen Modellen sei die Entscheidung hier xd_t genannt. (2b) ändert sich zu:

$$(2c) \quad Z = \sum_t Z_t = \sum_t f_t(xd_t) = \text{Opt!}$$

Für xd_t gilt:

$$(3b) \quad xd_t = g_t(a_1, \ldots, a_t; \ldots; n_1, \ldots, n_t; xd_1, \ldots, xd_{t-1})$$

---

1) Falls die Länge der Periode beliebig klein gewählt wird, muß die Entscheidung x eine formale Abhängigkeit zur Zeit t aufweisen. Im Unterschied zu den anderen Entscheidungen wird x hier mit xi bezeichnet. Es muß geschrieben werden:

> Erst durch eine solche funktionelle Verknüpfung der einzelnen Periodengrößen kann von einem dynamischen Modell gesprochen werden. Zu den Modellen dieser Art sind die Ansätze IB bis V zu rechnen. Ein Lösungsweg für derartige Entscheidungsmodelle ist die dynamische Programmierung.[1)]

Nach der Begriffsbestimmung eines dynamischen Modells ist auf den Aufbau eines mathematischen Entscheidungsmodells einzugehen. Wie bereits angedeutet worden ist,[2)] sind die Wahlmöglichkeiten, die dem Unternehmer zur Verfügung stehen, in einem Entscheidungsmodell zum Ausdruck zu kommen. Sie werden durch die Aktionsparameter dargestellt. Welche Wahl vom Unternehmer getroffen wird, hängt von dem "Auswahlprinzip"[3)] ab, nach dem der Unternehmer vorgeht. Dieses Auswahlprinzip ist das Ziel, das der Unternehmer zu erreichen sucht. Es steht im Mittelpunkt der Betrachtung. Erst wenn die Zielsetzung erfaßt ist, können die dem Unternehmer zur Verfügung stehenden Aktionsparameter, deren er sich zur Beeinflussung der Zielgrößen bedienen kann, sowie die inner- und außerbetrieblichen Daten, durch die der zulässige Lösungsbereich der Aktionsparameter eingeschränkt wird, dargestellt werden. Vor der eigentlichen Modellbildung muß daher die Auswahl des Ziels getroffen werden, da dadurch die Gestalt der Zielfunktion bzw. entsprechender Nebenbedingungen festgelegt wird. Eine Entscheidung darüber, welche Ziele

---

$$Z = \int_0^{t^*} Z(t) = \int_0^{t^*} f(xi(t))dt$$

1) S. u.a.: Bellman, R., Dynamische Programmierung und selbstanpassende Regelprozesse, München - Wien 1967; Vazsonyi, A., Die Planungsrechnung in Wirtschaft und Industrie, S. 2o4 ff., Wien - München 1962

2) Siehe S. 3

3) S. u.a.: Moxter, A., Methodologische Grundfragen der Betriebswirtschaftslehre, S. 37, Köln und Opladen 1957; Wöhe, G., Methodologische Grundprobleme der Betriebswirtschaftslehre, S. 185 ff., Meisenheim am Glan 1959

sich tatsächlich realisieren lassen, braucht in diesem Stadium der Untersuchung nicht gefällt zu werden, da nicht realisierbare Ziele automatisch bei der Lösung der Modelle wegfallen. Es erscheint aber zweckmäßig, schon hier eine Vorauswahl zu treffen, um nicht unnötig komplexe Modelle zu erhalten. Im folgenden Abschnitt werden die Ziele ausgesondert, nach denen sich der Unternehmer in den folgenden Modellen richten soll, und näher untersucht. Damit kann die Zielfunktion exakt formuliert werden.

Anhand der festgesetzten Ziele können nunmehr die Mittel ausgesucht werden, deren sich der Unternehmer zur Erreichung der Ziele bedienen kann. Es kann sich zunächst nur um eine qualitative Auswahl handeln. Von vornherein scheiden einige grundsätzlich anwendbare Mittel als Dispositionsinstrumente aus, wie im zweiten Abschnitt dieses Kapitels zu zeigen sein wird.

Nach der qualitativen Auswahl der Aktionsparameter kann schließlich im dritten Abschnitt daran gegangen werden, die inner- und außerbetrieblichen Bedingungen zu untersuchen, die den quantitativen Lösungsbereich der qualitativ nunmehr bestimmten Aktionsparameter beschränken können. Eine exakte Entscheidung kann hinsichtlich der tatsächlich optimal einzusetzenden Menge im allgemeinen nicht getroffen werden. Dies ist Aufgabe der Entscheidungsmodelle. Es kann lediglich eine Schwankungsbreite angegeben werden, innerhalb der sich die Werte der Aktionsparameter bewegen müssen.

13.1 Die langfristige Gewinnmaximimierung als unternehmerische Zielvorstellung

Wie bereits erwähnt worden ist, ist die Optimalität der Entscheidungen an den Zielvorstellungen des Unternehmers zu beurteilen. Eine Entscheidung ist optimal, wenn entweder das Ziel (z.B. das Streben nach angemessenem Gewinn) vollständig erreicht ist oder wenn es aufgrund der Restriktionen nicht mehr möglich ist, durch andere Entscheidungen näher an das angestrebte Ziel (z.B.

Gewinnmaximierung) heranzukommen.

131.1 Die möglichen Zielvorstellungen

Als Zielvorstellungen sind für eine mathematische Untersuchung nur quantifizierbare Ziele geeignet. Dazu werden im allgemeinen die Gewinnerzielung, die Umsatzerzielung, das Sicherheitsstreben und das Wirtschaftlichkeitsstreben gerechnet.[1] Da hier Modelle entwickelt werden sollen, in denen der Zeitablauf berücksichtigt wird, ist die Dauer der Zielbeibehaltung zu beachten. Denn ein kurzfristig erstrebtes Ziel muß nicht auch automatisch zur Erfüllung des gleichen, jedoch langfristig erstrebten Ziels führen. Vielmehr können beide Ziele in der Weise miteinander konkurrieren, daß nur das eine oder das andere erreicht werden kann. Wird z.B. die kurzfristige Gewinnmaximierung als Zielvariable unterstellt, wird der Unternehmer unter Umständen höheren Verschleiß der Potentialfaktoren in Kauf nehmen, was in den folgenden Perioden eine derartige Verringerung des Gewinns nach sich ziehen könnte, daß die während des betrachteten Zeitraums kumulierten Gewinne kleiner sein können, als wenn von Anfang an die langfristige Gewinnmaximierung erstrebt worden wäre. Nach Gutenberg verzichten die Entscheidungssubjekte bei derartiger Zielkonkurrenz "auf die Ausnutzung gegenwärtiger kurzfristiger Gewinnchancen, um langfristig" ... "die Gewinnsituation des Unternehmers zu verbessern."[2] Unter Langfristigkeit versteht Gutenberg "im Regelfall mehrere Wirtschaftsperioden"[2]; und zwar sind die Wirtschaftsperioden zu betrachten, für die eine langfristige Planung erstellt wird. Die "Langfristigkeit" ist also - bezieht man sie auf die normale Gesamtlebensdauer eines normalen Unternehmens - relativ "kurzfristig". Das ergibt sich allein schon aus den Überlegungen, daß

---

1) Zu den Zielvorstellungen s. u.a.: Bidlingmaier, J., Unternehmerziele und Unternehmerstrategien, Wiesbaden 1964; Gäfgen, G., Theorie der wirtschaftlichen Entscheidungen. Untersuchungen zur Logik und ökonomischen Bedeutung des rationalen Handelns, Tübingen 1963; Gutenberg, E., Grundlagen ..., a.a.O., Bd. I, 13. Aufl., S. 452 ff.; Heinen, E., Das Zielsystem der Unternehmung, Wiesbaden 1966

2) Gutenberg, E., a.a.O., Bd. I, S. 457

der Ungewißheitsgrad über die zukünftigen Veränderungen von Parametern mit zunehmender Entfernung in die Zukunft sehr schnell so groß ist, daß eine Planung in der Realität unsinnig wird. "Aus diesem Grund muß die Gewinnplanung auf einen Zeitraum beschränkt werden, innerhalb dessen sich ein solches Maß an Genauigkeit ergibt, daß die Planung brauchbar wird. Für die meisten Unternehmen stellt daher das Gewinnstreben ein relativ kurzfristiges Ziel dar."[1] Der hier gemeinte Zeitraum dürfte sich mit dem bei Gutenberg erwähnten Zeitraum, auf den sich die langfristige Planung bezieht, decken. Im folgenden wird davon ausgegangen, daß das Ziel über den gesamten Planungszeitraum und nicht je Periode optimiert werden soll. Diese Zieloptimierung wird als langfristige Optimierung bezeichnet.

131.2 Die Zielauswahl in dynamischen Entscheidungsmodellen

Die empirischen Untersuchungen über die unternehmerischen Zielvorstellungen zeigen, daß der Unternehmer nicht nur ein einziges Ziel verfolgt. Deshalb erscheint es zunächst nicht gerechtfertigt, aus Modellansätzen, denen nur eine einzige Zielvorstellung zugrundeliegt, optimale unternehmerische Verhaltensweisen für die Praxis entwickeln zu wollen. Wenn Koch schreibt, daß nur durch derartige Modelle "eindeutige Aussagen gemacht werden können"[2], so gilt das nur insoweit, als verschiedene unternehmerische Ziele nebeneinander als gleichrangig angesehen werden. Dieser Fall tritt in der Praxis im Augenblick der Entscheidung aber überhaupt nicht auf. Sonst wüßte der Unternehmer bei Zielkonkurrenz nicht, wie er sich zu entscheiden hätte. Mehr oder weniger bewußt gewichtet er seine eigenen Zielvorstellungen und verwirklicht das ihm zunächst am wichtigsten erscheinende Ziel. Dieses Ziel kann bei entsprechender Datenbildung teilweise erfüllt werden, bevor er beginnt, die nächste Zielvorstellung zu verwirklichen. Infolgedessen

---

1) Fellner, F. W., Competition Among the Few, S. 158, New York 1949. Zitiert aus Heinen, E., a.a.O., S. 12o

2) Koch, H., a.a.O., S. 18

wird das frühere Nebenziel vorübergehend zum Hauptziel, dagegen das bisherige Hauptziel zum Nebenziel. Die Reihenfolge der Zielerfüllung hängt weitgehend von dem persönlichen Nutzen des Unternehmers ab, den er sich aus der Zielverwirklichung verspricht. Als Beispiel kann ein Unternehmer angeführt werden, der sowohl die Gewinnmaxmimierung erstrebt als auch die soziale Besserstellung der Belegschaftsmitglieder. Beide Ziele lassen sich kurzfristig simultan nicht miteinander vereinbaren. Der Unternehmer wird zunächst seine Verhaltensweise darauf abstellen, einen angemessenen Gewinn für sich zu erwirtschaften. Das Hauptziel ist für ihn in diesem Zeitraum die Gewinnmaximierung. Erst wenn der angemessene Gewinn vom Unternehmen erarbeitet worden ist, widmet sich der Unternehmer auch dem anderen Ziel. Damit wird zeitweilig dieses Ziel Hauptziel; und zwar solange, wie der Unternehmer die Erreichung dieses Ziels höher einschätzt als eine zusätzliche Gewinnerhöhung. Das Verhältnis, in dem die beiden Ziele nebeneinander verwirklicht werden, dürfte durch die analoge Anwendung des 2. Gossen'schen Gesetzes (Grenznutzenausgleichsgesetz)[1] bestimmt werden können. Sollen also das Ziel Z_1 sowie das mit diesem konkurrierenden Ziel Z_2 nebeneinander realisiert werden unter der Voraussetzung, daß Z_2 in einem bestimmten Verhältnis gemäß dem Grenznutzenausgleich ebenfalls zu erfüllen ist, so kann ein Modellansatz folgendermaßen formuliert werden:

$$Z_1 - Z_2 = \text{Max!}\ ^{2)}$$

Als Nebenbedingung würde anzusetzen sein:

$$Z_2 = f(Z_1)\ ,$$

so daß die dualvariable Zielfunktion in eine monovariable durch Einsetzen dieser Nebenbedingung für Z_2 überführt werden kann:

---

1) s. Paulsen, A., Allgemeine Volkswirtschaftslehre, Bd. I, Grundlegung, Wirtschaftskreislauf, S. 132 ff., Berlin 1959

2) Das negative Vorzeichen vor Z_2 deutet auf Zielkonkurrenz zwischen den beiden Zielen. Bei Zielkonformität erhält Z_2 ein positives Vorzeichen.

$$Z_1 - f(Z_1) = \text{Max!}$$

Im folgenden wird auf eine derartige monovariable Zielfunktion zurückgegriffen. Dabei steht die langfristige Gewinnmaximierung im Vordergrund. Diese wird als einzige explizite Zielgröße erfaßt. Durch die eben angedeutete Interpretation und Umformung der Zielfunktion läßt sich diese für beliebig viele, voneinander abhängige Zielvorstellungen erweitern.

131.3 Die Komponenten des langfristigen Gewinns[1)]

Als Zielvorstellung wird in der Untersuchung nur der Betriebsgewinn angesehen, da der betriebsfremde Bereich der Unternehmung nichts mit der eigentlichen Leistungserstellung zu tun hat und in diesem anfallende Gewinne mehr oder weniger zufallsbedingt sind.

1313.1 Die Ermittlung der Gewinnkomponenten

Der langfristige Betriebsgewinn - also der Betriebsgewinn des gesamten Planungszeitraum-- setzt sich aus den betrieblichen Periodenerlösen abzüglich der Periodenkosten über den gesamten Planungszeitraum zusammen, da im folgenden unterstellt wird, daß die Anfangsbestände den Endbeständen des gesamten Planungszeitraums für die Roh-, Hilfs-, Betriebsstoffe und für die Fertigfabrikate sowohl mengen- als auch wertmäßig entsprechen und keine innerbetrieblichen Leistungen auftreten.[2)] Zur Ermittlung der Periodengewinne müssen zu der Differenz zwischen den Periodenerlösen und den Periodenkosten Lagererhöhungen

---

1) Die Begriffe "ordentlich", "außerordentlich", "neutral", "betriebsbedingt","betriebsfremd" werden nicht näher erläutert. Siehe dazu u.a.: Kosiol, E., Kostenrechnung, a.a.O., S. 36 f.; ders., Kalkulatorische Buchhaltung (Betriebsbuchhaltung), 5. Aufl., Wiesbaden 1953; Schmalenbach, E., Kostenrechnung und Preispolitik, 8. Aufl., Köln und Opladen 1963; Wöhe, G., Einführung in die..., a.a.O., S. 492 ff.

2) Bestände an Zwischenprodukten treten in den Modellen nicht auf, da es sich um Ein-Stufen-Betriebe handelt. Darüberhinaus ist es auch nicht möglich, daß sich zwischen zwei Perioden noch Produkte in der Fertigung befinden.

als Gewinnerhöhung und Lagerverminderungen als Gewinnminderung berücksichtigt werden.[1)]

Als Komponenten des langfristigen Betriebsgewinns sind also die Periodenerlöse, die sich aus der je Periode abgesetzten Menge multipliziert mit den jeweiligen Verkaufspreisen ergeben, und die Kosten anzusehen. Im folgenden wird zunächst kurz auf die Ermittlung der Kosten eingegangen. Den einzelnen Kostenarten stehen entweder Aufwendungen in gleicher Höhe gegenüber - man spricht dann von Grundkosten -, Aufwendungen in anderer Höhe oder gar keine Aufwendungen (= kalkulatorische Kostenarten). Kalkulatorische Kosten, denen keine Aufwendungen gegenüberstehen, werden auch Zusatzkosten genannt.[2)] Zu den kalkulatorischen Kostenarten zählen Abschreibungen, Zinsen, Wagnisse, bei Personalunternehmen auch Miete für vom Unternehmer zur Verfügung gestellte Räume und Unternehmerlohn. Ob die Zusatzkosten - wie z.B. der Unternehmerlohn - in der Modellbetrachtung erfaßt werden sollen, hängt davon ab, welche Begründung zu ihnen geführt hat. Werden sie als Opportunitätskosten[3)] aufgefaßt und sind sie von Modellvariablen unabhängig, so könnten sie für die eigentliche Berechnung der optimalen Lösung weggelassen und erst nachträglich berücksichtigt werden. Werden sie dagegen als Faktorverzehr betrachtet - der Unternehmerlohn also als Entgelt für die vom Unternehmer erbrachte "technische Arbeitsleistung"[4)] - oder sind sie von Modellvariablen abhängig, müssen sie aufgenommen werden. In den folgenden Modellen soll durch sie der Faktorverzehr ausgewiesen werden, so daß die Zusatzkosten in den Modellen enthalten sind.

1313.2 Die Abhängigkeit der Gewinnkomponenten in den Modellen

Die Berechnung der Erlöse bereitet keine Schwierigkeiten,

---

1) Dieses Verfahren ist als Gesamtkostenverfahren bekannt. S. dazu: Wöhe, G., Einführung..., a.a.O., S. 677 f.

2) S. dazu die Literatur unter Anm. 1) auf S. 24

da nur ein Produkt hergestellt wird und die Preise je Periode gegeben sind. Es braucht daher in diesem Zusammenhang nicht weiter darauf eingegangen zu werden.

Da in den Modellen nicht nur die Produktionsmenge schwankt, genügt eine in der Kostentheorie übliche Aufteilung der Kosten in einen variablen (produktionsmengenabhängigen) und einen fixen (produktionsmengenunabhängigen) Anteil[1)] nicht mehr. Beide Arten sind weitergehend nach den sie zusätzlich beeinflussenden Größen aufzuteilen.

1) Die produktionsmengenabhängigen Kosten sind nicht eindeutig einer bestimmten Gesamtproduktionsmenge in einer Periode zuordenbar. Ebenso können von einer Gesamtmenge in einer Periode ausgehend nicht die variablen Kosten eindeutig dargestellt werden. Vielmehr bedeutet die Produktionsmengenabhängigkeit hier eine Abhängigkeit von der anlageindividuellen Produktionsmenge. Die herzustellende Gesamtmenge kann auf verschiedene Anlagen innerhalb der Kapazitätsgrenzen der einzelnen Aggregate beliebig verteilt werden. Ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Gesamtproduktionsmenge und Gesamtgewinnhöhe in einer bestimmten Periode ist daher bei kostenverschiedenen Aggregaten nicht feststellbar, jedoch könnte das der Fall sein zwischen der Produktionsmenge einer Anlage und den dadurch anfallenden Kosten. Da aber eine Anlage mit unterschiedlicher Produktionsgeschwindigkeit laufen kann, spielt auch noch die Nutzungsintensität eine Rolle. Infolgedessen sind die Gesamtkosten in einer bestimmten Periode bzw. in einem bestimmten Zeitpunkt eine Funktion der Produktionsmengenverteilung auf die vorhandenen Anlagen und der Nutzungsintensität bei den jeweiligen Anlagen. Hinzu kommt, daß die Kosten auf diese Weise nur eindeutig für einen bestimmten Zeitpunkt bzw. für eine genügend kleine Periode bestimmt sind, da ein unterschiedlicher Altersaufbau des Anlagevermögens in verschiedenen

---

3) Kosiol, E., Kostenrechnung, a.a.O., S. 97 f.

4) Kosiol, E., Leistungsgerechte Entlohnung, 2. Aufl. der Theorie der Lohnstruktur, S.22, Wiesbaden 1962

1) S. u.a.: Kilger, W., Produktions- und Kostentheorie, Wiesbaden 1958

Zeitpunkten gegeben ist. Zur Bestimmung der aggregatindividuellen Kosten in einem Zeitpunkt ist das individuelle Alter und die bisherige Ausnutzung einer Anlage bis zu diesem Zeitpunkt maßgeblich. Genauere Ausführungen über die quantitative Abhängigkeit der verschiedenen variablen Kostenarten erfolgen in den Kapiteln 2 und 3.

2) Die fixen Kosten sind zwar nicht produktionsmengenabhängig, können aber auf Investitionen oder Desinvestitionen von Anlagen reagieren. Sie können daher aufgeteilt werden in einen investitionsunabhängigen Anteil, der auf Investitionsveränderungen nicht reagiert, und einen investitionsabhängigen Anteil. Den investitionsunabhängigen Kosten als fixer Kostenrest wird unterstellt, daß sie nur zeitabhängig sind. Das bedeutet aber unter der Voraussetzung einer konstanten Periodenlänge, daß auch sie konstant bleiben und somit als konstanter Restblock angesetzt werden können.

   Zu den Kosten, die von (Des-)Investitionsvorgängen abhängig sind, sind nicht nur die direkt bei (Des-)Investitionen anfallenden Kostenarten zu zählen, sondern auch indirekt abhängige Kostenarten. Dazu zählen im wesentlichen kalkulatorische Zinsen, Wagnisse und Abschreibungen.

   a) Die kalkulatorischen Zinsen sind vom betriebsnotwendigen Kapital zu erheben. Zu dessen Berechnung ist vom betriebsnotwendigen Vermögen auszugehen, das um zinslos erhaltene Darlehen und Kredite zu vermindern ist.[1] Zinslos erhaltene Darlehen werden bei der Berechnung der kalkulatorischen Zinsen hier vernachlässigt. Sofern sich die Lagerbestände zwischen den einzelnen Planungsperioden nicht verändern, wird der auf das Umlaufvermögen entfallende Teil der kalkulatorischen Zinsen als konstante Größe angesehen und ist in

---

1) S. u.a.: Wöhe, G. Einführung ..., a.a.O., S. 655 f.

den fixen Kosten enthalten. In den Modellen, in denen Lagerbestandsveränderungen möglich sind, sind sie unter den Lagerkostensatz subsumiert. Kalkulatorische Zinsen auf Forderungen können durch einen analogen Satz, der sich auf die Höhe der Forderungen bezieht, berücksichtigt werden. Da das restliche Umlaufvermögen wertmäßig sehr gering ist, wird es hier nicht weiter beachtet. Die durch das Anlagevermögen verursachten kalkulatorischen Zinsen sind solange konstant, wie sich das Anlagevermögen nicht ändert. Erst bei Einbeziehung von Investitionsvorgängen werden sie zu sprungfixen Kosten und sind dann in den Modellen als gesonderte Variable auszuweisen. Durch die Berücksichtigung der kalkulatorischen Zinsen in der Zielfunktion beeinflußt die Herkunft des Kapitals die Zielfunktion nicht.

b) Die kalkulatorischen Abschreibungen werden überwiegend anlageindividuell berechnet. In den Modellen, in denen Kapazitätsveränderungen zugelassen sind, müssen sie deshalb individuell mit einem Faktor gewichtet werden, der gleich 0 zu setzen ist, wenn die Anlage nicht im Unternehmen ist, und gleich 1, wenn sie vorhanden ist. Hinsichtlich ihrer Höhe können die Abschreibungen abhängig sein von der zu planenden optimalen Nutzungsdauer der Anlage. Das führt aber zu einer simultanen Bestimmung ihrer Höhe durch die Lösung des Systems, wenn die optimale Nutzungsdauer innerhalb des Planungszeitraums beendet ist, wie noch aufgezeigt wird. In allen anderen Fällen muß die Abschreibungshöhe exogen bestimmt werden. Allgemein wird durch die Kopplung der Abschreibungen mit dem Vorhandensein der Anlagen erreicht, daß bei Investitionsentscheidungen in der Lösung simultan die auftretenden Kostenveränderungen bei den Abschreibungen erfaßt werden.

c) In der Praxis der Kostenrechnung werden die kalkulatorischen Wagnisse bzw. die hier vor allem interessierenden Anlage- und Lagerbestandswagnisse durch

einen festgesetzten Prozentsatz von der jeweiligen Einflußgröße erfaßt. Für die Anlagewagniskosten dient dazu das betriebsnotwendige Anlagevermögen, für die Lagerbestandswagnisse der durchschnittliche Bestand je Periode. Damit steht der simultanen Berücksichtigung dieser Kostenart nichts im Wege. Kalkulatorische Zinsen und Wagnisse für das Anlagevermögen werden in den Modellen unter einer Position erfaßt, die als anlagevermögensabhängig gekennzeichnet wird, kalkulatorische Abschreibungen dagegen werden als abhängig von den einzelnen Investitionsobjekten betrachtet.

13.2 Die Aktionsparameter des Unternehmers

Dem Unternehmer stehen zahlreiche Aktionsparameter im Rahmen der Untersuchung zur Verfügung, durch die er den Wert der Zielfunktion direkt oder indirekt beeinflussen kann. Es sind dies die disponiblen Einflußfaktoren auf die Erlöse und die Kosten. Eine vollständige Aufzählung aller Einflußgrößen, die empirisch nachweisbar sind, ist kaum möglich, wie die vielen Untersuchungen mit ihren unterschiedlichen Ergebnissen auf diesem Gebiet zeigen.[1] Es werden daher hier nur die disponiblen Faktoren erwähnt, die auch in den Modellen Anwendung finden könnten. Im folgenden werden die Dispositionsinstrumente nach den betrieblichen Teilplänen, in denen sie auftreten können, zusammengefaßt. Als betriebliche Teilpläne wurden der Absatz-, Produktions-, Beschaffungs-, Lager- und Finanzplan gefunden. Dabei fällt der Lagerplan als synchronisierendes Element zwischen den anderen Plänen des materiellen Bereichs der Unternehmung automatisch an[2] und wird daher nicht gesondert behandelt.

---

1) S. u.a.: Gutenberg, E., Grundlagen ..., a.a.O., Bd. I, S. 332 ff; Heinen, E., Betriebswirtschaftliche Kostenlehre, a.a.O., S. 481 ff.; Henzel, F., Kosten und Leistung, 4. Aufl., S. 316 ff., Essen 1967; ders., Neuere Tendenzen auf dem Gebiete der Kostenrechnung. In: ZfhF 1962, S. 554 ff.

2) Kosiol, E., Einführung in die Betriebswirtschaftslehre. Die Unternehmung als wirtschaftliches Aktionszentrum, S. 147 ff., Wiesbaden 1968

Die Beschaffungsplanung ist über die Bedarfsplanung derart eng mit der Produktionsplanung verknüpft, daß eine getrennte Behandlung nicht sinnvoll erscheint.

132.1 Die disponiblen Einflußfaktoren des Absatzplans

Grundsätzlich sind im Absatzplan zwei Dispositionsinstrumente enthalten: die Absatzmenge und der Verkaufspreis. Die Absatzhöhe ist innerhalb der gegebenen Nachfrage je Periode variierbar. Lediglich die während des Gesamtplanungszeitraums verkaufte Menge muß identisch sein mit der während dieses Zeitraums produzierten Menge, sofern eine Fremdvergabe von Produktionsaufträgen ausgeschlossen ist. Damit sind die gesamte Absatz- und die gesamte Produktionsmenge aneinander gebunden und können nur als ein Dispositionsinstrument erfaßt werden. Die in einer bestimmten Periode hergestellte Menge braucht aber nicht unbedingt in dieser Periode abgesetzt zu werden. In der dynamischen Betrachtung ist dem Unternehmer daher ein weiteres Dispositionsinstrument in die Hand gegeben; und zwar kann der Zeitpunkt des Verkaufs bzw. die Verkaufsperiode autonom bestimmt werden.

Obwohl der Unternehmer in dieser Untersuchung den Verkaufspreis je Periode nicht beeinflussen kann, sind die Preise für eine bestimmte Produktionsmenge während der gesamten Planungszeit doch nicht gegeben, da die Verkaufszeitpunkte in den Modellen mit Lagerhaltung variiert werden können.

Weitere Einflußfaktoren auf die Erlöse und den Absatz stehen dem Unternehmer hier nicht zur Verfügung.

132.2 Die disponiblen Gewinn-Einflußfaktoren des Produktions- und Beschaffungsplans

In der Produktionsprogrammplanung werden Art und Menge der Absatzgüter bestimmt. Die Art ist determiniert durch die Annahme eines Einprodukt-Betriebes. Die Menge kann in gewissen Grenzen frei bestimmt werden, ist ihrerseits aber abhängig von den Dispositionen in der Produktionsvollzugsplanung. Die Aktionsparameter der Produktions-

vollzugsplanung sind daher als die wichtigsten in der Untersuchung anzusehen. Sie werden getrennt in die disponiblen Variablen der Bereitstellungs- und der Arbeitsablaufplanung. Nach Gutenberg hat die Bereitstellungsplanung die Aufgabe, "die für den Vollzug des Produktionsprogramms notwendigen Betriebsmittel, Arbeitskräfte und Werkstoffe nach Art, Menge und Zeit so verfügbar zu machen, daß der Produktionsprozeß rationell gestaltet und planmäßig durchgeführt werden kann."[1] Für die Bereitstellungsplanung und gleichzeitig für die Beschaffungsplanung können aus dieser Aussage drei Kostenbeeinflussungsfaktoren abgeleitet werden, nämlich die Art, die Menge und der Zeitpunkt der bereitzustellenden und zuvor zu beschaffenden Produktionsfaktoren.

a) Die Art der bereitzustellenden Produktionsfaktoren
Als Artmerkmale eines Produktionsfaktors dürften im wesentlichen die Art seiner Leistung, die Ergiebigkeit bzw. das Leistungsvermögen und der Preis anzusehen sein. Die Leistungsart als erstes Merkmal eines Produktionsfaktors muß den Mindestansprüchen genügen, die durch die Eigenschaften des zu erstellenden Endproduktes vorgegeben sind. Der Unternehmer hat diese qualitativen Untergrenzen bei seiner Entscheidung zu berücksichtigen. Das zweite Artmerkmal tritt in zwei Formen auf: Bei Betriebsmitteln und Arbeitskräften ist es das Leistungsvermögen, bei Werkstoffen die Ergiebigkeit. Über die vorhandenen Potentialfaktoren - darunter fallen auch diejenigen, die sich der Unternehmer jederzeit von außen beschaffen könnte - kann der Unternehmer im Rahmen ihres Leistungsvermögens disponieren: Er kann sie in unterschiedlichem Maße während einer Periode in den Produktionsprozeß einsetzen.

Dem Leistungsvermögen entspricht bei den Faktoren, die bei einmaligem Einsatz in den Betriebsprozeß sofort untergehen[2], die Ergiebigkeit. Sofern diese überhaupt

---

1) Gutenberg, E., Grundlagen ..., a.a.O., Bd. I, S. 172

2) Diese werden in Anlehnung an Heinen hier als Repetierfaktoren bezeichnet. Siehe Heinen, E., a.a.O., S. 223

unabhängig variierbar ist, ohne daß sich der Produktionsprozeß ändert, wäre sie als weiteres Dispositionsinstrument des Unternehmers anzusehen. Da diese Annahme aber in der Realität wohl nicht nachzuweisen ist, wird die Ergiebigkeit im folgenden als nicht primär disponibel betrachtet. Dagegen ist der Preis nicht nur von der Leistungsfähigkeit und der Qualität des Produktionsfaktors abhängig, sondern in einem bestimmten Zeitpunkt auch von der Lieferantenwahl, die im Entscheidungsbereich des Unternehmers liegt.

Aus diesen Erwägungen ergibt sich, daß dem Unternehmer in der vorliegenden Untersuchung bei den Potentialfaktoren die Leistungsart, das Leistungsvermögen und der Preis, bei den Repetierfaktoren die Leistungsart und der Preis in den genannten Grenzen als primäre Entscheidungsparameter zur Verfügung stehen.

b) Die Menge der bereitzustellenden Produktionsfaktoren
Eine Mindestgrenze ist hier dadurch gegeben, daß bei Unterschreiten der bereitzustellenden Mindestmenge der Produktionsvollzug ins Stocken gerät. Während bei den Repetierfaktoren allein die Anzahl maßgeblich ist, erhält man die bereitzustellende Menge an Potentialfaktoren als Produkt aus Anzahl und Leistungsvermögen. Da das Leistungsvermögen bereits in a) untersucht worden ist, ist hier die Anzahl allein als Variable zu betrachten. Mindestens die verlangte Anzahl muß bereitgestellt werden. Darüberhinaus kann der Unternehmer weitere Produktionsfaktoren beschaffen und damit Vorratswirtschaft treiben, sofern es sich um lagerfähige Produktionsfaktoren handelt. Das sind allgemein die Aufgaben der Investitionsplanung, der Material-Beschaffungsplanung, der Personal- und der Lagerplanung von Werkstoffen.

c) Der Zeitpunkt der bereitzustellenden Produktionsfaktoren
Die nach Art und Menge bestimmten Produktionsfaktoren müssen zu einem bestimmten Termin bereitstehen. Ob der Unternehmer sie bereits vorher oder erst zu dem ge-

forderten Zeitpunkt beschafft und bereitstellt, liegt in seinem Ermessen. Da durch frühere Beschaffung wiederum Lager entstehen, ist eine Trennung dieses Punktes vom vorigen praktisch kaum möglich. Das hindert jedoch nicht daran, zunächst einmal beide Einflußgrößen getrennt zu betrachten, da erst dadurch ihre enge Zusammengehörigkeit aufgedeckt wird.

Vorräte werden nicht nur bei Betriebsmitteln und Werkstoffen gebildet, sie können auch bei dem Produktionsfaktor Arbeit dadurch auftreten, daß der Unternehmer mehr Arbeitskräfte einstellt, als zu diesem Zeitpunkt notwendig sind. Die Gründe für eine frühere Beschaffung von Faktoren können darin liegen, daß sie zum geforderten Termin entweder nicht oder nicht in genügender Höhe verfügbar sind oder mit einem höheren Anschaffungspreis bezahlt werden müssen.[1)]

In der Arbeitsablaufplanung als zweitem Teilgebiet der Produktionsvollzugsplanung wird der genaue Ablauf des Produktionsprozesses geregelt. Vorgegeben sind hier lediglich die Art, Zahl und Reihenfolge der Arbeitsgänge, die zur Herstellung einer Endprodukteinheit benötigt werden. Wie die Arbeitsgänge auf dem vorhandenen Produktionsapparat verteilt werden, ist dagegen im sogenannten Maschinenbelegungsplan festzusetzen. Durch diesen Plan wird die Anzahl der einzusetzenden Aggregate unter den bereitgestellten Anlagen, die Einsatzdauer und die Leistungsintensität dieser einzusetzenden Aggregate bestimmt. Damit sind als Dispositionsinstrumente die quantitative, zeitliche und intensitätsmäßige Anpassung bzw. Variation gegeben. Dadie quantitative Anpassung nicht deutlich von der zeitlichen Anpassung und der Anpassung durch die Betriebsgröße, die ebenfalls über die Bereitstellungsplanung von Betriebsmitteln einen Aktionsparameter darstellt, getrennt werden kann,[2)] wird der Fall der quantitativen Anpassung mit Ver- oder Zukauf von Potentialfaktoren

---

1) Das Risiko als Lagerbildungsgrund ist hier wegen vollkommener Information ausgeschaltet.

2) Siehe dazu: Kosiol, E., Kostenrechnung, a.a.O., S. 53 ff.

unter die Betriebsgrößenvariation, der Fall der quantitativen Anpassung ohne Ver- oder Zukauf dagegen unter die zeitliche Anpassung gezählt. Der so erweiterte Begriff der zeitlichen Anpassung wird nach Kosiol als temporale Variation bzw. Anpassung bezeichnet.[1] Durch die Möglichkeit, daß funktionsgleiche Aggregate im folgenden unterschiedliche sonstige Eigenschaften aufweisen können, ist auch die selektive Anpassung[2] als Sonderfall der temporalen Anpassung möglich.

Als letzter Aktionsparameter tritt die Bestimmung des Fertigstellungstermins des Produkts hinzu. Wie bereits erwähnt worden ist, kann infolge der Periodenbetrachtung hier nicht genau der Fertigstellungszeitpunkt bestimmt werden, sondern nur die Fertigstellungsperiode. Als Datum ist nur die Verkaufsperiode gegeben. Es ist dem Unternehmer freigestellt, die Produkte schon vor dem letzten Termin hergestellt zu haben. Bei einem derartigen unternehmerischen Verhalten werden Endproduktlager gebildet.

132.3 Die disponiblen Gewinn-Einflußfaktoren des Finanzplans

Im Finanzplan stehen dem Unternehmer keine direkten Zielbeeinflussungsfaktoren zur Verfügung, da die Finanzierungsart nicht in der Zielfunktion berücksichtigt ist.[3] Die dort auftretenden Aktionsparameter - insbesondere die Entscheidungen über die zur Verfügung zu stellenden finanziellen Mittel - wirken indirekt nur über die anderen Faktoren auf die Gewinnhöhe ein, wie in Kapitel 13.3 gezeigt wird.

132.4 Zusammenfassung

Aufgabe des Unternehmers in der Planung ist es, die genannten und unten noch einmal zusammengefaßten Entscheidungsparameter so aufeinander abzustimmen , daß das Unternehmen optimal im Sinne der Zielfunktion über den

---

1) Kosiol, E., Kostenrechnung, a.a.O., S. 54
2) Gutenberg, E., Grundlagen ..., a.a.O., S. 374 ff.
3) Siehe S. 28

gesamten Planungszeitraum arbeitet. Demnach müssen auch die folgenden Entscheidungsmodelle alle Aktionsparameter simultan bestimmen - soweit diese nicht durch die Prämissen über das jeweilige Betriebsmodell ausgeschaltet bzw. nur als Daten enthalten sind -, um ihrer Aufgabe gerecht zu werden.

Tabelle I
Zusammenstellung der primären Entscheidungsparameter

1) Verkaufsmenge je Periode
2) Verkaufszeitpunkt der Produktionsmenge
3) Produktionsfaktorqualität
4) Leistungsvermögen der Produktionsfaktoren
5) Lieferantenwahl
6) Beschaffungsmenge an Produktionsfaktoren je Periode
7) Beschaffungstermin
8) Produktionsmenge
9) Anzahl der einzusetzenden Aggregate
1o) Zeitliche Beanspruchung je Aggregat
11) Leistungsintensität je Aggregat
12) Betriebsgröße
13) Fertigstellungstermin
14) Höhe der bereitgestellten finanziellen Mittel

13.3 Die Beschränkungen der unternehmerischen Entscheidungsfreiheit durch inner- und außerbetriebliche Bedingungen

Bereits mehrfach wurde im vorigen Abschnitt darauf hingewiesen, daß die Aktionsparameter gewissen Beschränkungen unterliegen. Die Restriktionen lassen sich durch zwei Gründe erklären:

a) Die Flexibilität der unternehmerischen Entscheidungsparameter wird durch die vorgegebenen Daten innerhalb einer Periode eingeschränkt. Dazu gehören sowohl die außerbetrieblichen Daten wie die Höhe der Nachfrage als auch die innerbetrieblichen Zustände zu Beginn des Planungszeitraums wie z.B. die zu diesem

Zeitpunkt vorhandenen Kapazitäten des Betriebes. Da in den ersten folgenden Modellen Investitions- und Desinvestitionsvorgänge ausgeschlossen sind, sind die Kapazitäten in diesen Modellen während des gesamten Planungszeitraums als einschränkende Daten anzusehen.

b) Die Entscheidungsfreiheit ist weiter dadurch eingeengt, daß die einzelnen Aktionsparameter nicht isoliert voneinander betrachtet werden können, sondern nur im Zusammenhang mit allen dem Unternehmer zur Verfügung stehenden Aktionsparametern. Die Werte der in den einzelnen Teilplänen enthaltenen Handlungsvariablen müssen in einer Weise aufeinander abgestimmt werden, daß das System in sich konsistent ist. Es ist nicht möglich, eine einzelne Variable beliebig zu verändern, ohne daß infolge des genannten Zusammenhangs Disproportionen auftreten, die zu einer Funktionsunfähigkeit des Unternehmens führen können.

Die Einschränkungen der unternehmerischen Handlungsfreiheit werden durch die betrieblichen Produktionskapazitäten, die Beschaffungs- und Absatzmöglichkeiten und durch die Beschränkungen des Finanzierungsbereichs hervorgerufen.

133.1 Die Kapazitätsbeschränkungen

Bevor auf die verschiedenen Formen der Beschränkungen in den einzelnen Bereichen des Unternehmens durch die Kapazität eingegangen wird, ist kurz der Begriff der Kapazität zu erläutern, da darüber nicht Einigkeit herrscht und dieser Begriff gerade in einer dynamischen Analyse recht schwer zu fassen ist.

1331.1 Der Begriff der Kapazität

Hierzu finden sich in der Literatur eine Vielzahl von Meinungen. Der den meisten Definitionen modernerer Autoren einheitliche Grundgedanke ist der, daß die Kapazität "als das mengenmäßige Leistungsvermögen einer

Produktiveinheit innerhalb eines bestimmten Zeitabschnitts"[1] bestimmt wird. Unter mengenmäßigem Leistungsvermögen je Zeitabschnitt ist die Fähigkeit eines Potentialfaktors - und zwar sowohl der Betriebsmittel als auch der Arbeitskräfte - zu verstehen, eine bestimmte Menge der von ihm geforderten Leistungen in einer Periode herstellen zu können. Es ist also ein quantitatives Merkmal einer Produktiveinheit. Für eine wirtschaftliche Betrachtungsweise können zwei Kapazitätsgrößen herangezogen werden: die optimale oder wirtschaftliche Kapazität und die technische oder maximale Kapazität eines Potentialfaktors.

13311.1 Die optimale Kapazität

Die optimale Kapazität einer Produktiveinheit ist durch die Produktionsmenge je Zeiteinheit gegeben, bei der die Produktiveinheit mit den minimalen Durchschnittskosten produziert.[2] Nach Auffassung zahlreicher Autoren[3] ist die Optimalkapazität bei wirtschaftlichen Untersuchungen heranzuziehen, da sie der Unternehmensführung als Anhaltspunkt zu produktionswirtschaftlichen Entscheidungen dienen könnte. Dagegen ist die Maximalkapazität eine für einen wirtschaftlich denkenden Unternehmer nicht erreichbare Größe, deren völlige Auslastung schon aus wirtschaftlichen Gründen nicht anzustreben ist. Aus zwei Gründen ist jedoch die optimale oder wirtschaftliche Kapazität für die hier zu entwickelnden Modelle nicht relevant. Der erste Grund besteht darin, daß die Bestimmung der optimalen Kapazität

---

1) Clar, P., Die Kapazitätsnutzung in der Industrieunternehmung, S. 3o. Aus der Reihe: Betriebswirtschaftliche Forschungsergebnisse, Bd. 2o, Berlin 1964

2) S. dazu: Wöhe, G., Einführung ..., a.a.O., S. 89 in Verbindung mit S. 2o9 ff.

3) S. u.a.: Clar, P., a.a.O., S. 35; Gälweiler, A., Produktionskosten und Produktionsgeschwindigkeit, S. 87, Wiesbaden 196o; Gutenberg, E., a.a.O., Bd. I, S. 361; Mellerowicz, K., Kosten und Kostenrechnung, Bd. I, Theorie der Kosten, 4. Aufl., S. 218, Berlin 1963

einer theoretischen Betrachtungsweise kaum standhalten kann, da das Durchschnittskostenminimum neben den beschäftigungsvariablen Kostenbestandteilen auch fixe Kosten enthält. Es ist aber kaum möglich, fixe Kosten eindeutig einer Produktiveinheit zuzurechnen. Eine weitere Schwierigkeit untersucht Gälweiler.[1] Sie entsteht dann, wenn mehrere zusammenarbeitende Elementareinheiten unterschiedliche Kapazitäten aufweisen. In diesem Fall sind die Beziehungen zwischen den Produktiveinheiten von überragender Wichtigkeit für den Kostenverlauf und damit für die Bestimmung des optimalen Kostenpunktes.

Der zweite Grund für die Ablehnung der Optimalkapazität in dieser Untersuchung ergibt sich dadurch, daß hier Wirtschaftlichkeitsbetrachtungen hinter Gewinnmaximierungsgedanken zurückgestellt werden. Die wirtschaftliche Kapazität interessiert daher nicht; vielmehr wird die äußerste Grenze benötigt, bis zu der der Unternehmer das Produktionsvolumen in einer Periode unabhängig vom Kostendenken ausdehnen kann. Das aber ist die technische oder maximale Kapazität der einzelnen Produktiveinheiten.

13311.2 Die maximale Kapazität

Auch die Bestimmung der maximalen Kapazität ist teilweise mit Schwierigkeiten verbunden. Sie rühren nicht zuletzt daher, daß die maximale Leistungsfähigkeit zeitraumbezogen ist. Dieser Aspekt beinhaltet zwei Problemkreise:

a) Ist die in einem bestimmten Zeitpunkt ermittelte maximale Kapazität für einen längeren Zeitraum gültig?
b) Über welchen Zeitraum kann welche Höchstbelastung aufrechterhalten werden?

zu a) Die in einem bestimmten Zeitpunkt ermittelte Kapazität geht von den Daten des Potentialfaktors in eben diesem Zeitpunkt aus. Diese Daten sind aber nicht konstant, sondern unterliegen oszillativen Schwankungen oder weisen im Zeitablauf einen bestimmten Trend auf. Zu den letzteren zählen insbesondere Abnutzungserscheinungen von Betriebsmitteln. Die oszillativen

---

1) Gälweiler, A., a.a.O., S. 98 ff.

Schwankungen werden hier ausgeschaltet, da sie theoretisch nicht exakt erfaßbar sind und sich nach Gutenberg auf die Dauer ausgleichen.[1] Anders jedoch die trendartigen Veränderungen. Sie müssen in der Analyse dadurch berücksichtigt werden, daß die Kapazität während einer Periode anhand des Durchschnitts der Daten der jeweiligen Periode ermittelt wird, so daß bei einer Periodenbetrachtung die Kapazität sich in Sprüngen entsprechend dem zugrundeliegenden Datentrend ändert.

zu b) Diese Frage behandelt das Phänomen, daß bei kurzfristiger Belastung eine vergleichsweise höhere Spitzenkapazität erzielt werden kann als bei langfristiger Höchstbelastung. Zu unterstellen ist, daß die Höchstbeanspruchung nur solange aufrechterhalten bleiben soll, wie sie ohne nachteilige Schäden ertragen werden kann.[2] Ein Mensch kann z.B. die technisch-physikalische Leistung von 0,75 PS nur über wenige Sekunden erzielen, 0,5 PS dagegen schon über mehrere Minuten und 0,3 PS über einige Stunden, ohne daß die Anfangsleistung meßbar von der momentanen Endleistung abweicht, und ohne daß er hinterher nachteilige Folgen verspürt. Ähnliche Höchstbelastungskurven lassen sich - wenn auch nicht so stark ausgeprägt - bei Anlagen nachweisen. Solche Änderungen der Maximalkapazität, hervorgerufen durch die Dauer der Höchstbeanspruchung, könnten in Entscheidungsmodellen dadurch berücksichtigt werden, daß die Kapazitäten an die temporale und intensitätsmäßige Auslastung geknüpft werden und nicht mehr als konstante Beschränkungen während einer Periode dargestellt werden. Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Höchstbelastung während der Dauer einer Periode als konstante Beschränkung anzusetzen. Man kommt in diesem Fall zwar zwangsläufig zu niedrigeren Kapazitäten, dieser Nachteil wird aber durch

---

1) Gutenberg, E., a.a.O., Bd. I, S. 288

2) Siehe ähnlich: Pack, L., Elastizität der Kosten, S. 499 f.,Wiesbaden 1966. Bei Maschinen s. u. a. zur unterschiedlichen Belastbarkeit je nach Zeitdauer: Lueger, Lexikon der Energietechnik und Kraftmaschinen. Herausgeg. von R. v. Miller, Stuttgart 1965. Kotthaus. Betriebstechnisches Taschenbuch. München 1967.

eine leichtere Berechenbarkeit der Modelle kompensiert und hier angewandt.

Neben der maximalen Kapazität kann auch noch die Minimalkapazität einer Produktiveinheit zu Beschränkungen führen. Sie kann dadurch gegeben sein, daß eine Anlage aus technischen Gründen eine bestimmte Mindestzeit mit einer bestimmten Mindestproduktionsgeschwindigkeit in Betrieb gehalten werden muß, wenn auf ihr einmal die Produktion aufgenommen worden ist.

1331.2 Die Beschränkungen

Die kapazitativen Beschränkungen können in allen drei Materialbereichen des Unternehmens nachgewiesen werden. In begrenztem Maße können sie durch die Werkstoff- und Fertigfabrikatelager vermindert werden. Reicht nämlich die Kapazität im Produktionsbereich zur Befriedigung der Nachfrage nicht aus, so ist es möglich, einen Teil der Produktion auf Vorperioden zu verlagern und dadurch die beschränkte Produktionskapazität der Absatzperiode zu erweitern. Dem gleichen Zweck dienen innerhalb des Beschaffungsbereichs die Roh-, Hilfs- und Betriebsstofflager. Zur Bildung dieser Lager sind aber auch andere bedeutende Faktoren maßgeblich. Da die Aufnahmefähigkeit der Lager beschränkt ist, lassen sich nicht alle Engpässe auf die eben angedeutete Weise umgehen.

Die Kapazitätsbeschränkungen beziehen sich nur auf eine Periode. Während des gesamten Planungszeitraums verändern sie sich nicht nur aus den in Abschnitt 13311.2 angegebenen Gründen zwangsläufig, sondern können auch durch Investitionsentscheidungen des Unternehmers vergrößert oder verringert werden.

133.2 Die Beschränkungen in den Beschaffungs- und Absatzmöglichkeiten

Als Einflußgrößen auf die Kosten wurden im Produktionsplan u.a. die Art, die Menge und der Zeitpunkt der bereitzustellenden Produktionsfaktoren gefunden.[1)]

---

1) Siehe S. 31 ff.

Diese drei Größen können vom Unternehmer variiert werden. Die Grenzen seiner Bewegungsfreiheit sind gesetzt durch das Beschaffungspotential, dem sich das Unternehmen vom Beschaffungsmarkt her gegenübersieht. Maßgebliche Beurteilungsgesichtspunkte des Beschaffungspotentials sind die Qualität, die in einer Periode beschaffbare Quantität und die Preise der angebotenen Produktionsfaktoren.[1] Diese Daten des Beschaffungspotentials sind gegeben. Der Unternehmer kann nicht jeden benötigten Produktionsfaktor innerhalb eines bestimmten Zeitraums beschaffen. Auch der Verkaufspreis der Produktionsfaktoren bei den einzelnen Lieferanten ist in den folgenden Modellen grundsätzlich Datum. Dennoch kann der Unternehmer den Einstandspreis dadurch beeinflussen, daß er zwischen verschiedenen Lieferanten mit unterschiedlichen Angebotspreisen des gleichen Gutes wählen kann. Die Modellbildung in dem Fall, in dem der Unternehmer durch eine Erhöhung der Bestellmenge bei einem Lieferanten den Preis über Mengenrabatte beeinflussen kann, wird als Sonderfall am Schluß des Modells IA umrissen.

Die Beschränkungen in den Absatzmöglichkeiten sind durch die exogenen Bestimmungsgrößen der Nachfrage und des Verkaufspreises je Periode vorgegeben. Jeder Kunde fragt das Gut zu dem gleichen Preis nach, Kundenpräferenzen sind nicht vorgesehen.

133.3 Die Beschränkungen im Finanzierungsbereich

Ziel der Finanzplanung ist die Erhaltung der Zahlungsbereitschaft des Unternehmens in jedem Zeitpunkt bzw. bei einer Periodenbetrachtung in jeder Periode. Die Zahlungsbereitschaft ist dann gewährleistet, wenn die Einnahmen und die vorhandenen flüssigen Mittel (= Kapitaldeckung) immer mindestens die Höhe der Ausgaben (= Kapitalbedarf) erreichen.[2] Die Einnahmen können

---

1) Behrens, K., Chr., Allgemeine Standortbestimmungslehre, S. 54, Köln und Opladen 1961

2) Siehe zu den Begriffen der Kapitaldeckung und -verwendung und der Einnahmen und Ausgaben: Albach, H., Investition und Liquidität, S. 13 ff., Wiesbaden 1962

durch den Verkauf von Produkten und Produktionsfaktoren erzielt werden - hier ist besonders der zeitliche Unterschied zwischen Verkauf und Zahlungseingang zu berücksichtigen - oder durch Aufnahme von Eigen- oder Fremdkapital. Alle Einnahmearten unterliegen Beschränkungen, die teilweise disponibel sind. Die Einnahmenhöhe durch Produktverkauf kann durch den Unternehmer nur über die Verkaufsmengen bestimmt werden, die lediglich durch das maximale Produktions- und Nachfragevolumen beschränkt sind. Die Einnahmenhöhe durch Kapitalaufnahme liegt ebenfalls im Ermessen des Unternehmers, die Beschränkungen sind durch das Kapitalangebot gegeben. Diese werden im Rahmen der Untersuchung teilweise autonom bestimmt, der Unternehmer kann dann keinen Einfluß darauf nehmen.

2. Modellansätze unter Ausschluß von Kapazitätsveränderungen

Nachdem die unternehmerischen Dispositionsinstrumente und ihre Begrenzungen untersucht worden sind, wird in den folgenden drei Teilen dargelegt, welcher Parameter sich der Unternehmer in bestimmten Fällen zu bedienen hat, um dem Kriterium des optimalen Einsatzes seines Instrumentariums Genüge zu tun. In diesem Abschnitt ist die Betriebsgröße vorgegeben, im dritten Kapitel wird sie als Handlungsvariable hinzugezogen. Im vierten Abschnitt schließlich sind die Einflüsse des Finanzierungsbereichs auf die anderen Bereiche dadurch zu berücksichtigen, daß auch der Finanzplan simultan aus den Modellgrößen ermittelt werden soll.

2.1 Der Modellansatz für einen Einaggregat-Betrieb

Die Anzahl der dem Unternehmer zur Verfügung stehenden Dispositionsinstrumente ist in diesem Fall stark eingeengt. Die Produktionsmenge des gesamten Planungszeitraums kann lediglich durch unterschiedliche temporale und intensitätsmäßige Beanspruchung des einen vorhandenen Aggregates variiert werden. Zur allgemeinen Darstellung der auf den einzelnen Produktiveinheiten in jeder Periode des Planungszeitraums herzustellenden Produktmenge dient die Produktiveinheits-Belegungsmatrix (PBM). Ihre Zeilen bezeichnen die im Betrieb investierten Aggregate, ihre Spalten die Periode, der im Schnittpunkt der Zeile i und der Spalte j eingesetzte Wert a_{ij} bezeichnet also die auf dem Aggregat i in der Periode j zu produzierende Menge. Die PBM ist hier ein Zeilenvektor mit t Elementen, da nur ein Aggregat während des Planungszeitraums vorhanden ist. Als weiteres rechnerisches Hilfsmittel dient der Produktiveinheits-Einsatzvektor (PEV), der für eine bestimmte Periode gilt. Seine Elemente erhalten den Wert 1 (0), wenn die dem betreffenden Element zugeordnete Produktiveinheit im Betrieb (nicht) eingesetzt ist. Der PEV besteht in diesem Modell aus einem Element, das nur dann gleich 0 zu setzen ist, wenn in der betreffenden Periode überhaupt nichts produziert wird.

Im folgenden wird der Einaggregat-Betrieb zunächst ohne Lagerhaltung betrachtet.

21.1 Der Einaggregat-Betrieb ohne Lagerhaltung (Modell IA)

Zusätzlich zu den bereits vorgenommenen Einschränkungen der Anzahl der Aktionsparameter gilt hier, daß Verkaufs- und Produktionsmenge nicht nur während des Gesamtplanungszeitraums, sondern auch während der einzelnen Perioden identisch sind und die beschaffte Menge an Repetierfaktoren ihrerseits der Produktionsmenge je Periode äquivalent ist. Verkaufs-, Produktions- und Beschaffungsmengenvariation sind daher als ein einziges Dispositionsinstrument anzusehen. Jedoch gelten die Beschränkungen aller drei ursprünglichen Parameter auch für diese einzige Entscheidungsvariable. Weder eine Repetierfaktoreinheit noch eine Produkteinheit darf auf Lager genommen werden. Das bedeutet, daß jedes fertiggestellte Produkt sofort nach Beendigung des Produktionsdurchlaufs abgesetzt werden muß. Ebenso werden die Repetierfaktoren in dem Zeitpunkt von den Lieferanten beschafft, in dem sie auch in den Produktionsprozeß eingehen.

In der Zielfunktion soll die Summe der Gewinne der einzelnen Perioden des Planungszeitraums ohne Berücksichtigung eines Abzinsungsfaktors für zeitlich später anfallende Gewinne maximiert werden. Die genaue Bestimmung der Gewinnkomponenten, soweit sie als Handlungsvariable in Betracht kommen, wurde bereits in Abschnitt 13.1 durchgeführt. Danach lassen sich die betrieblichen Leistungen je Periode errechnen, indem die Verkaufs- bzw. Produktionsmengen je Periode mit den Perioden-Verkaufspreisen multipliziert werden. Die anfallenden Kosten je Periode lassen sich über die Verbrauchsfunktionen der einzelnen am Produktionsprozeß beteiligten Produktiveinheiten und über die Funktionen ermitteln, die den unmittelbar von der Ausbringungsmenge einer Produktiveinheit abhängenden Faktorverbrauch entsprechend dem Gutenberg'schen System erfassen.[1] Die "absolut fixen Kosten"[2] sind in der Modellbetrachtung

---

1) Siehe dazu Gutenberg, E., a.a.O., Bd. I, S. 314 - 325

2) Darunter sind hier die Kosten zu verstehen, die durch modellendogene Variable nicht beeinflußt werden können.

insofern nur von geringem Interesse, da sie zwar auf die Höhe des Gewinns Einfluß nehmen, nicht aber auf die optimale Entscheidung. Infolgedessen werden sie in den folgenden Zielfunktionen nicht berücksichtigt. Zur Berechnung des tatsächlichen Gewinns sind sie nachträglich außerhalb des Modells von dem Zieloptimum abzuziehen.

Die aufgrund der Verbrauchsfunktionen zu bestimmenden Größen lassen sich als die Summe der mit den Faktorpreisen π^J bewerteten Verbrauchsfunktionen errechnen, die den Verbrauch der auf dem vorhandenen Aggregat benötigten Produktionsfaktoren J (J = 1,...,j) in Abhängigkeit der von diesem Aggregat geforderten technisch-physikalischen Leistung quantifizieren:

$$(I.1) \qquad KV = \sum_J \pi^J f^J(d) \qquad (KV = \text{verbrauchsfunktionsabhängige Kosten})$$

Die Gleichung bestimmt die mittelbar von der Produktionsmenge abhängigen Kosten je Leistungszeiteinheit über die Leistung als Argumentwert. Durch Multiplikation der Leistungsdimension $\frac{m \cdot kp}{t_E}$ mit der Zeitdimension t_E erhält man als neue Dimension die Dimension der Arbeit: m·kp. Unter der Annahme, daß während der gesamten Periode t mit einem konstanten Leistungsgrad produziert wird und der Nutzungszeit T_t^J des Aggregates J während der Periode t die gleiche Zeiteinheit zugrundeliegt wie der technisch-physikalischen Leistung, beträgt die gesamte geleistete Arbeit in einer Periode t:

$$A_t = T_t d_t$$

Die gesamten während dieses Zeitraums entstandenen Kosten aus den Verbrauchsfunktionen belaufen sich auf:

$$(I.2) \qquad KV_t = T_t \sum_J \pi_t^J f^J(d) \qquad ^{1)}$$

Die Abhängigkeit zwischen diesen Kosten und der ökonomischen Leistung - also der Ausbringungsmenge - ist dadurch ge-

---

1) Dabei wird unterstellt, daß die Leistungen je Produkteinheit unabhängig von dem Ausnutzungszeitraum sind. Es treten insbesondere also keine Kosten der Über- oder Unterbeschäftigung auf.

währleistet, daß zwischen der technisch-physikalischen Arbeit bzw. Leistung und der Ausbringungsmenge innerhalb einer Produktiveinheit gemäß S. 7 eindeutige Zurechenbarkeit besteht:

(I.2a) $\quad d = \varphi\left(\frac{q}{t_E}\right)$ [1]

Im folgenden wird unterstellt, daß es sich hier um eine lineare Beziehung handeln soll, da erst dann ohne explizite Berücksichtigung der Produktionsmenge allein durch Optimierung des technisch-physikalischen Leistungsgrades und der Leistungszeit auch die Ausbringungsmenge optimiert wird. Allerdings sind die Schwierigkeiten auch dann nicht größer, wenn eine derartige Abhängigkeit nicht vorausgesetzt wird. Da aber statt des Symbols "d" die Funktion "$\varphi\left(\frac{q}{t_E}\right)$" in die allgemeinen Formeln eingesetzt werden müßte, würde die Übersichtlichkeit darunter leiden, so daß darauf verzichtet wird, dann aber die eben genannte Bedingung eingehalten werden muß.

Unter der Voraussetzung, daß die Abbildung der Produktmenge während einer Leistungszeiteinheit auf der Leistung selbst eineindeutig ist, kann auch geschrieben werden:

(I.2b) $\quad \frac{q}{t_E} = g(d)$

Daraus läßt sich die wichtige Beziehung (I.3) ableiten, durch die aus der bekannten Nutzungszeit T während der Periode t und dem während dieser Nutzungszeit konstanten Leistungsgrad d_t die gesamte Produktionsmenge q_t dargestellt ist.

(I.3) $\quad q_t = g_t(d_t)T_t$ [2]

---

1) Siehe auch Gutenberg, E., a.a.O., Bd. I, S. 319. Dort ist t_E in der Definition der Größe x als zeitraumbezogener Ausbringungsmenge enthalten.

2) Nach Pack (a.a.O., S. 92) handelt es sich hier um einen speziellen Fall. Der allgemeine Fall wäre zu bezeichnen mit:
$$q_t = g_t(d_t;T_t) ,$$
da sich die Ausbringungsmenge q_t bei konstanter Leistungsintensität nicht unbedingt proportional zu einer Änderung des Produktionszeitraums verhalten muß. Siehe dazu auch Anm. 1 auf S. 45.

Es ist im allgemeinen nicht anzunehmen, daß ein Aggregat nur mit einem Leistungsgrad produzieren kann. Sind aber L verschiedene Leistungsgrade (L = 1,...,l) möglich, wobei ein bestimmter Leistungsgrad d_t^L während eines bestimmten Leistungszeitraums T_t^L beibehalten wird, so ist grundsätzlich unter der Nebenbedingung, daß die Summe der einzelnen Zeiträume T_t^L nicht größer als die gesamte während der Periode t zur Verfügung stehende Nutzungszeit wird, über L zu summieren, um die verbrauchsfunktionsabhängigen Kosten zu erhalten.

$$(I.2.1) \qquad KV_t = \sum_L T_t^L \sum_J \pi_t^J f_t^J(d_t^L)$$

$$(I.4) \qquad T_t^L \leq T_t$$

Es ist ohne weiteres möglich, auch einen kontinuierlichen Wechsel des Leistungsgrades in einem mathematischen Modell darzustellen. Der realisierte Leistungsgrad ist dann als Funktion der Zeit anzusehen. Durch Integration über den Nutzungszeitraum T_t, der von O_t bis TP_t läuft, erhält man die von den Verbrauchsfunktionen abhängigen Kosten:

$$(I.2.2) \qquad KV_t = \int_{O_t}^{TP_t} \left(\sum_J \pi_t^J f_t^J(d_t(t))dt \right)$$

Praktisch dürfte diese Darstellung ohne Wert sein, da bisher noch keine geeigneten mathematischen Lösungsverfahren für derartige Systeme entwickelt worden sind.

Als weitere gewinnmindernde Größe sind die direkt von der Produktionsmenge abhängigen Kosten zu erfassen. Sie ergeben sich aus der Summe der direkt mengenabhängigen Funktionen der Produktionsfaktoren S (S = 1,...,s), multipliziert mit den jeweiligen Faktorpreisen:

$$(I.5) \qquad Kd_t = \sum_S \pi_t^S f_t^S(q_t)$$

Zu diesem Typ der Produktionsfaktoren gehören insbesondere die Werkstoffe, aber auch die direkt von der Ausbringungsmenge abhängigen Löhne. Die nicht direkt abhängigen Leistungen des Produktionsfaktors Arbeit können dagegen in zwei Arten in der Zielfunktion enthalten sein: Wird für

sie ein fester Lohn je Zeiteinheit gezahlt, sind sie hier zu den unbeeinflußbaren Kosten zu rechnen. Werden sie dagegen entsprechend ihrer technisch-physikalischen Leistung bezahlt, dann sind sie in den verbrauchsfunktionsabhängigen Kosten enthalten.

Die Zielfunktion für das Modell I ohne Lagerhaltung erhält also unter der Voraussetzung diskontinuierlicher Variabilität des Leistungsgrads des zur Verfügung stehenden Aggregates folgende Form, wenn der Gewinn aus t^* Perioden maximiert werden soll:

$$(I.6)\quad G = \sum_t (p_t q_t - \sum_L T_t^L \sum_J \pi_t^J f_t^J(d_t^L) - \sum_S \pi_t^S f_t^S(q_t)) \rightarrow \text{Max!}$$

Die Nebenbedingungen, unter denen diese Funktion zu maximieren ist, treten in Form von Ungleichungen auf. Es müssen in diesem Teil der Untersuchung die Beschränkungen durch den technischen Bereich der Unternehmung, durch die beschränkten Beschaffungsmöglichkeiten von Produktionsfaktoren und durch die begrenzte Nachfrage nach den Produkten berücksichtigt werden.

Die erste technische Restriktion ist bereits durch (I.4) dargestellt und soll verhindern, daß eine Lösung als zulässig erscheint, bei der die innerhalb einer Periode zur Verfügung stehende Nutzungszeit des Aggregates überschritten wird. Darf die Inanspruchnahme des Aggregates bei einem bestimmten Leistungsgrad d^L nur einen bestimmten Höchst-Zeitraum TM^L realisiert werden, dann ist für alle Leistungsgrade, für die diese Bedingung gilt, jeweils eine weitere Beschränkungsgleichung einzuführen:

$$(I.7)\quad T_t^L \leq TM_t^L \qquad \begin{matrix}\text{für alle } t \\ \text{für alle } L\end{matrix}$$

In diesen Restriktionen sind implizit auch die Beschränkungen enthalten, daß nur ein Aggregat vorhanden ist, welches nur mit einer maximalen Leistungsintensität produzieren kann.

Die zweite Art der Nebenbedingungen ist durch die vorgegebene Nachfrage nach den Produkten in den einzelnen Perioden gegeben. Da Lagerschwankungen ausgeschaltet sind, darf

die Produktionsmenge, die identisch mit der Absatzmenge ist, die Nachfrage nicht überschreiten. Es gilt hier für alle t:

$$(I.8) \quad q_t \leq N_t$$

Die dritte Gruppe der Beschränkungen schließlich ist durch die begrenzten Beschaffungsmöglichkeiten verursacht. Restriktionen aus diesem Grunde sind nur für die Repetierfaktoren aufzustellen, die nicht in jeder beliebigen Menge während einer Periode von außen beschafft werden können. Die Beschränkungen der Potentialfaktoren finden dagegen ihren Ausdruck in der begrenzten Belegungszeit und den wenigen Wahlmöglichkeiten. Der von der technisch-physikalischen Leistung abhängige Verbrauch der Faktoren J ist bereits unter (I.2) als bewertete Größe ermittelt worden. Da der Verbrauch in der Periode t nicht höher sein darf als die während dieser Periode zu beschaffende Faktormenge, ist für diese Gruppe (I.9) einzuführen.

$$(I.9) \quad \sum_L f_t^J(d_t^L)T_t^L \leq Q_t^J \qquad \text{für alle t und J}$$

Entsprechend ist der Verbrauch der mengenabhängigen Produktionsfaktoren aus (I.5) herzuleiten und darf seinerseits die beschaffbare Menge nicht überschreiten:

$$(I.1o) \quad f_t^S(q_t) \leq Q_t^S \quad \text{für alle t und S}$$

Der Einsatz dieser Faktoren steht meist in einem limitationalen Verhältnis zur Ausbringung. Es werden z.B. immer fünf Reifen für ein Auto gebraucht. Demnach liegt also ein konstanter Produktionsfaktor b vor, so daß (I.1o) in (I.11) übergeht:

$$(I.11) \quad b_t^S q_t \leq Q_t^S$$

bzw. mithilfe des Ergiebigkeitskoeffizienten γ^S ausgedrückt - der Ergiebigkeitskoeffizient ist der reziproke Wert des Produktionskoeffizienten -:

$$(I.12) \quad q_t \leq \gamma_t^S Q_t^S$$

Der letzte Teil der Zielfunktion ist dann zu schreiben als:

(I.13) $$-\sum_{S} \pi_t^S b_t^S q_t$$

Es wird unterstellt, daß der Produktionskoeffizient b konstant ist, aber von Faktor zu Faktor und in den Mehraggregat-Modellen auch von Aggregat zu Aggregat verschieden sein kann.

Für alle sowohl hier als auch im folgenden auftretenden Variablen ist zu beachten, daß sie nicht negativ werden können. Daher muß zur Vervollständigung aller Modelle eine Nichtnegativitätsbedingung für alle Variablen aufgenommen werden. Daneben können noch Ganzzahligkeitsbedingungen auftreten, sofern Produktionsfaktoren oder die Produkte nicht beliebig teilbar sind.

In der Zielfunktion und den Nebenbedingungen sind bisher zwei Gruppen von Variablen enthalten, nämlich die Leistungsintensität und der Leistungszeitraum, während dessen ein bestimmter Leistungsgrad realisiert wird, einerseits, zum anderen aber die Produktionsmengen. Nach (I.3) können Leistungsintensität und -zeit in die Leistungsmenge transformiert werden und umgekehrt. Es empfiehlt sich, nicht mit der Leistungsmenge zu rechnen, sondern mit der Leistungsintensität und dem Leistungszeitraum, da es sich hier um zwei Handlungsparameter handelt und dies durch Berücksichtigung der Produktionsmenge als einziger Handlungsvariablen nicht zum Ausdruck kommt. Die Umrechnung der Produktionsmenge in Leistungsintensität und -zeit ist durch (I.3) gewährleistet. Sind mehrere Leistungsintensitäten in einer Periode realisierbar, muß (I.3) in (I.3.1) überführt werden.

(I.3.1) $$q_t = \sum_{L} g_t(d_t^L) T_t^L$$

Durch diese Gleichung kann die Anzahl der Variablen auf die Leistungsintensitäten und die Leistungszeit reduziert werden.

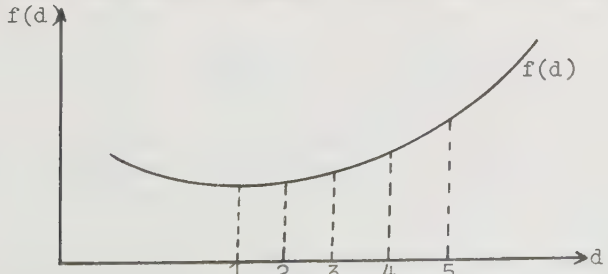
Die in den genannten Formeln auftretende Funktion f(d) ist für alle Faktoren bekannt, so daß für jeden beliebigen Wert des Arguments d die Funktion f(d) einen konstanten Wert annimmt. Unter der am Anfang gesetzten Bedingung, daß die Leistung d des Aggregates nur l verschiedene diskrete

Werte annehmen kann,[1] kann die verbrauchsabhängige Kostenfunktion für einen bestimmten Leistungsgrad allein als nutzungszeitabhängig angesehen werden.[2] Nach Einsetzen der Funktion (I.3.1) in die Zielfunktion sind daher nur die Leistungszeiten für die verschiedenen möglichen Leistungsintensitäten als Variable anzusehen.

Bisher wurde noch nicht die Möglichkeit untersucht, daß ein Produktionsfaktor gleicher Qualität von Z verschiedenen Lieferanten zu unterschiedlichen Lieferbedingungen, hier insbesondere unterschiedlichen Preisen, beschafft werden kann. Wird diese Bedingung in das Modell einbezogen, ist es nicht mehr zweckmäßig, allein die Leistungszeiten als Variable in das Modell aufzunehmen. Diese wären dann nicht nur nach den Leistungsintensitäten aufzuteilen, sondern noch zusätzlich nach den Beschaffungsmöglichkeiten eines Produktionsfaktors. Es ist vielmehr besser, die Zielfunktion folgendermaßen aufzustellen: Von den Erlösen sind die mit ihren jeweiligen Preisen bewerteten beschafften Produktionsfaktoren - aufgeteilt nach Lieferanten und nach direkt und indirekt mengenabhängigem Verbrauch - abzuziehen. Die derart bewerteten beschafften Produktionsfaktoren sind

---

1) Bei nur diskreter Variation von d erscheint es auf den ersten Blick nicht richtig, von einer Funktion f(d) oder g(d) auszugehen. Es wird hier aber angenommen, daß eine solche Funktion vorhanden ist, wie sie z.B. die Abbildung zeigt, d aber nur wenige Werte annehmen kann (hier fünf Werte). Die Leistungsgrade vor dem Optimum interessieren nicht, da diese wegen der Möglichkeit, die Leistungszeit sehr klein werden zu lassen, nicht realisiert werden.



2) s. Gutenberg, E., a.a.O., Bd. I, S. 360.

Kosten, da ja nur solche Produktionsfaktoren zu beschaffen sind, die sofort in den Produktionsprozeß eingehen. Werden die von den Lieferanten Z in den Perioden t beschafften Produktionsfaktoren J (S) mit $q_t^{J,Z}$ ($q_t^{S,Z}$) [1] bezeichnet und statt der Produktionsmenge q in (I.3.1) eingesetzt, erhält die Zielfunktion folgende Form:

$$(I.6.1)\quad G = \sum_t \Big(p_t \sum_L g_t(d_t^L)\mathfrak{T}_t^T - \sum_{JZ}\sum \pi_t^{J,Z} q_t^{J,Z} - \sum_S \sum_Z \pi_t^{S,Z} q_t^{S,Z}\Big) \quad \text{Max!}$$

Durch die Nebenbedingungen müssen nicht nur die bereits im vorigen System dargestellten Beschränkungen berücksichtigt werden, sondern auch die Beziehungen zwischen den einzelnen Variablen dieser Zielfunktion. In ihrer bisherigen Form gelten die Bedingungen (I.4) und (I.7) für den innerbetrieblichen Bereich und (I.8) für die Beschränkungen des Absatzmarktes weiter. Geändert haben sich die Faktorangebotsbeschränkungen: Die maximalen Liefermöglichkeiten der einzelnen Lieferanten während einer Periode - mit $Q_t^{J,Z}$ ($Q_t^{S,Z}$) bezeichnet - dürfen nicht überschritten werden. Diese Bedingung wird durch die Ungleichungssysteme (I.14.1) und (I.14.2) in das Modell aufgenommen.

$$(I.14.1)\quad q_t^{J,Z} \leq Q_t^{J,Z} \quad \text{für alle t, J, } Z_J$$

$$(I.14.2)\quad q_t^{S,Z} \leq Q_t^{S,Z} \quad \text{für alle t, S, } Z_S$$

Die Ungleichungen müssen für alle Produktionsfaktoren und zusätzlich für jeden Produktionsfaktor z_J- bzw. s_J-mal eingeführt werden.

Die gesamte beschaffte Menge eines Produktionsfaktors muß wegen der Bedingung der konstanten Lagerhaltung identisch mit der verbrauchten Menge dieses Produktionsfaktors sein. Für alle indirekt mengenabhängigen Produktionsfaktoren ist daher (I.15.1) und für alle direkt mengenabhängigen (I.15.2) gültig.

$$(I.15.1)\quad \sum_L f_t^J(d_t^L)\mathfrak{T}_t^L = \sum_Z q_t^{J,Z} \quad \text{für alle t, J}$$

---

1) Z wird selbst mit dem jeweiligen Produktionsfaktor indiziert, wenn es einzeln steht. Sonst bezieht sich Z auf den voranstehenden Produktionsfaktor J oder Z.

(I.15.2) $b_t^S \sum_L g_t(d_t^L) T_t^L = \sum_Z q_t^{S,Z}$ für alle t, S

Die Systeme (I.14.1) bis (I.15.2) ersetzen die Ungleichungen (I.9) bis (I.12).

In der Praxis werden von den einzelnen Lieferanten Rabatte gewährt, die je nach der bestellten und gelieferten Menge eines Produktionsfaktors variieren. Es ist üblich, innerhalb eines bestimmten Mengenbereichs einen einheitlichen Rabatt zu geben. Wird z.B. eine Menge zwischen 1.000 und 2.000 Einheiten eines Produktionsfaktors bestellt, so beträgt der Rabatt 10%. Die Netto-Beschaffungspreise - das sind die Beschaffungspreise abzüglich des gewährten Rabatts bei einem Lieferanten für ein bestimmtes Gut sind also unterschiedlich hoch. Werden die Rabatte in dem Modell berücksichtigt, so müssen die Preise und Mengen nicht nur nach der Art der beschafften Güter und der einzelnen Lieferanten differenziert werden, sondern auch noch nach Rabatten. Es ist daher ein neuer Index R ($R = 1,\ldots,r^+,\ldots,r$) einzuführen, der den Preis nach Abzug eines bestimmten Rabatts R und die dazugehörige Menge kennzeichnet. $q_t^{J,Z,R}$ bedeutet also die in der Periode t bei dem Lieferanten Z mit einem bestimmten Rabatt R beschaffte Menge des Produktionsfaktors J. Entsprechend sind die Zielfunktion (I.6.1) und die Nebenbedingungen (I.15.1) und (I.15.2) um einen neuen Summanden zu erweitern.

(I.16.1) $G = \sum_t (p_t \sum_L g_t(d_t^L) T_t^L - \sum_J \sum_Z \sum_R \pi_t^{J,Z,R} q_t^{J,Z,R} -$
$- \sum_S \sum_Z \sum_R \pi_t^{S,Z,R} q_t^{S,Z,R}) \rightarrow$ Max!

(I.17.1) $\sum_L f_t^J(d_t^L) T_t^L = \sum_Z \sum_R q_t^{J,Z,R}$ für alle t,J

(I.17.2) $b_t^S \sum_L g_t(d_t^L) T_t^L = \sum_Z \sum_R q_t^{S,Z,R}$ für alle t, S

Die weiteren Nebenbedingungen (I.14.1) und (I.14.2) sind völlig anders zu gestalten. Ein Rabatt R wird nur gewährt, wenn die beschaffte Menge höchstens die obere Grenze erreicht, die für diesen Rabatt in Frage kommen soll. Auf der anderen Seite muß auch eine bestimmte Mindestmenge erreicht werden. Andernfalls wird nur eine niedrigere Rabattstufe zugestan-

den. Infolgedessen gelten eine Maximal- und eine Minimalbedingung. Die Höchstmenge für einen bestimmten Rabatt R wird mit $Q_t^{J,Z,R}$ bezeichnet und ist vom Lieferanten bestimmt. Die Mindestmenge muß um eine Einheit des betreffenden Produktionsfaktors (= EF^J) größer sein als die Höchstmenge der niedrigeren Rabattstufe R - 1. Ist R = 1, so fällt EF^J weg. Es wird vorausgesetzt, daß die während einer Periode von einem Lieferanten beschaffte Menge eines Produktionsfaktors zu einem einheitlichen Nettopreis verkauft wird. Ist also q_t^{J,Z,r^+} positiv, müssen die für die anderen Rabattstufen geltenden Mengen 0 sein. Infolgedessen müssen die oberen und unteren Rabattgrenzen mit einem Faktor y multipliziert werden, der nur den Wert 0 oder 1 annehmen kann. Die Summation dieses Faktors über alle Rabattstufen muß den Wert 1 ergeben. Durch diese Formulierung wird erreicht, daß jeweils nur ein Rabatt während einer Periode zulässig ist. Es gelten daher folgende Nebenbedingungen:

		für alle
(I.18.1)	$q_t^{J,Z,R} \leq Q_t^{J,Z,R} y_t^{J,Z,R}$	t, J, Z, R
(I.19.1)	$q_t^{J,Z,R} \geq (Q_t^{J,Z,R-1} + EF^J) y_t^{J,Z,R}$	t, J, Z, R
(I.18.2)	$q_t^{S,Z,R} \leq Q_t^{S,Z,R} y_t^{S,Z,R}$	t, S, Z, R
(I.19.2)	$q_t^{S,Z,R} \geq (Q_t^{S,Z,R-1} + EF^S) y_t^{S,Z,R}$	t, S, Z, R
(I.2o.1)	$\sum_R y_t^{J,Z,R} = 1$	t, J, Z
(I.2o.2)	$\sum_R y_t^{S,Z,R} = 1$	t, S, Z
(I.21)	$y_t^{J,Z,R}; y_t^{S,Z,R} \geq 0$; ganzzahlig!	

Aufgrund der entwickelten Modelle ist es möglich, simultan über mehrere Perioden die günstigsten Absatz-, Produktions-, Maschinenbelegungspläne und Beschaffungspläne zu finden.

Obwohl die Anzahl der Variablen und Nebenbedingungen recht umfangreich werden kann, lassen sich die drei Modelle relativ einfach lösen. Es treten überall nur lineare Beziehungen auf, so daß die Simplexmethode - unter Umständen in Zwei-

stufenform - angewandt werden kann. Da zudem die Periodengewinne untereinander unabhängig sind, können ihre Maxima einzeln ermittelt und dann addiert werden, um zum Gesamtgewinnmaximum zu kommen.

Zur allgemeinen Lösung, die hier nur für das erste Modell entworfen wird, ist von dem kostenoptimalen Leistungsgrad des Aggregates auszugehen. Falls die Differenz zwischen dem Erlös und den direkt von der Ausbringungsmenge abhängigen Kosten - diese Differenz wird in Zukunft als Resterlös bezeichnet - je Leistungszeiteinheit oder je Produkteinheit größer ist als die durch die kostenoptimale Leistung verursachten Kosten, wird produziert, und zwar zunächst grundsätzlich mit dem optimalen Leistungsgrad. Sollte die Nutzungszeit jedoch nicht ausreichen, um die Nachfrage voll befriedigen zu können, wird auf einem höheren Leistungsgradniveau produziert. Der Leistungsgrad wird zur Gewinnoptimierung solange erhöht, bis

a) der maximale Leistungsgrad erreicht ist, oder
b) die Beschaffungsmöglichkeiten für die Produktionsfaktoren bzw. für einen Produktionsfaktor voll ausgeschöpft sind, oder
c) die Nachfrage voll befriedigt ist, oder
d) die leistungsabhängigen Kosten je Produkteinheit gerade dem Resterlös je Produkteinheit entsprechen.

Diese Aussage kann aus (I.6) unter Ersetzung von q_t durch (I.3.1) abgeleitet werden, indem die erste partielle Differenz der Gewinnfunktion nach Δq_t gebildet und gleich Null gesetzt wird.[1] Damit eine hinreichende Genauigkeit erzielt wird, muß die Differenz möglichst klein gehalten werden. Hier wird sie gleich 1 gesetzt, so daß gilt:

$$(I.22)\quad \frac{\Delta G_t}{\Delta q_t} = p_t - \frac{\sum_L \Delta(T_t^L \sum_S \pi_t^S b_t^S (g_t(d_t^L)))}{\sum_L \Delta(g_t(d_t^L) T_t^L)} -$$

---

1) Das ist der Idealfall. Meist kann der Extremwert nur dadurch festgestellt werden, daß die erste Differenz nach $\Delta(q + 1)$ negativ und die erste Differenz nach $\Delta(q - 1)$ positiv wird. Dabei muß noch das mögliche Auftreten von lokalen Extremwerten berücksichtigt werden. Zur Bestimmung des Maximums muß die zweite Differenz negativ sein.

$$- \frac{\sum_L \Delta(T_t^L \sum_J \pi_t^J f_t^J(d_t^L))}{\sum_L \Delta(g_t(d_t^L) T_t^L)} = 0$$

Das bedeutet, daß der maximale Gewinn dann erreicht ist, wenn die Aussage gilt:

> Preis je Produkteinheit - direkt mengenabhängige Differenzkosten je Produkteinheit = indirekt mengenabhängige Kosten je Produkteinheit.

Das folgende bewußt einfach gehaltene Beispiel verdeutlicht diese Aussage.

Ausgangspunkt ist ein Aggregat, das mit drei Leistungsgraden gefahren werden kann. Der Zusammenhang zwischen Leistungsgrad, Produktionsmenge je Fertigungsstunde und Anfall der verbrauchsfunktionsabhängigen Kosten ist in Tabelle II dargestellt.

Tabelle II

	d_1	d_2	d_3
Produkteinheiten je Fertigungsstunde	1	2	3
Kosten je Fertigungsstunde	2,-	6,-	12,-
Kosten je Produkteinheit	2,-	3,-	4,-

Direkt mengenabhängige Kosten fallen in Höhe von o,5o DM je Produkteinheit an. Der Preis je Produkteinheit beträgt 5,2o DM, so daß sich der Resterlös je Produkteinheit auf 4,7o DM beläuft. Das Aggregat kann maximal fünf Stunden während einer Periode in Betrieb genommen werden. Weiter wird unterstellt, daß die Maschine zeitlich voll ausgelastet werden kann, ohne daß Mehrkosten auftreten. Die Tabelle III zeigt neben den Resterlösen und den verbrauchsabhängigen Kosten den jeweils kostengünstigsten Maschinenbelegungsplan für die mögliche Produktionsmenge von 1 bis 15 Produkteinheiten in der Periode an. Aufgrund des Kriteriums (I.22) wird der maximale Gewinn von 17,- DM (ohne Berücksichtigung der fixen Kosten) bei einer Ausbringungsmenge von 1o Produkteinheiten erreicht, da ab Produktionsmenge 11 die Differenz-Resterlöse geringer sind als die Differenz der verbrauchsabhängigen Kosten.

Tabelle III

Stück	Differenz-Rest-Erlöse	Gesamt-Rest-Erlöse	kostengünstigste Maschinenbelegungszeit in Stunden mit dem Leistungsgrad			verbrauchsabh. Kosten	Differenz-kosten	Gewinn
			d_1	d_2	d_3			
1	4,7o	4,7o	1	-	-	2,-	2,-	2,7o
2	"	9,4o	2	-	-	4,-	2,-	5,4o
3	"	14,1o	3	-	-	6,-	2,-	8,1o
4	"	18,8o	4	-	-	8,-	2,-	1o,8o
5	"	23,5o	5	-	-	1o,-	2,-	13,5o
6	"	28,2o	4	1	-	14,-	4,-	14,2o
7	"	32,9o	3	2	-	18,-	4,-	14,9o
8	"	37,6o	2	3	-	22,-	4,-	15,6o
9	"	42,3o	1	4	-	26,-	4,-	16,3o
1o	"	47,-	-	5	-	3o,-	4,-	17,-
11	"	51,7o	-	4	1	36,-	6,-	15,7o
12	"	56,4o	-	3	2	42,-	6,-	14,4o
13	"	61,1o	-	2	3	48,-	6,-	13,1o
14	"	65,8o	-	1	4	54,-	6,-	11,8o
15	"	7o,5o	-	-	5	6o,-	6,-	1o,5o

Zu bestimmen ist ferner der wirtschaftliche maximale Leistungsgrad, d.h. der optimale Leistungsgrad. Das kann ebenfalls durch partielle Differenzenbildung der Gewinnfunktion, jetzt aber nach der Leistung d, ermittelt werden. Wird die Leistungszeiteinheit in (I.6) gleich 1 gesetzt, so erhält man nach der Differenzenbildung und Nullsetzen der so gewonnenen Differenz:[1)]

$$(I.23.1)\quad \frac{\Delta G_t}{\Delta d_t} = p_t \Delta s_t(d_t^I) - \sum_S \pi_t^{S_b} {}^{S}_{t} \Delta s_t(d_t^L) = \sum_J \pi_t^J \Delta f_t^J(d_t^L)$$

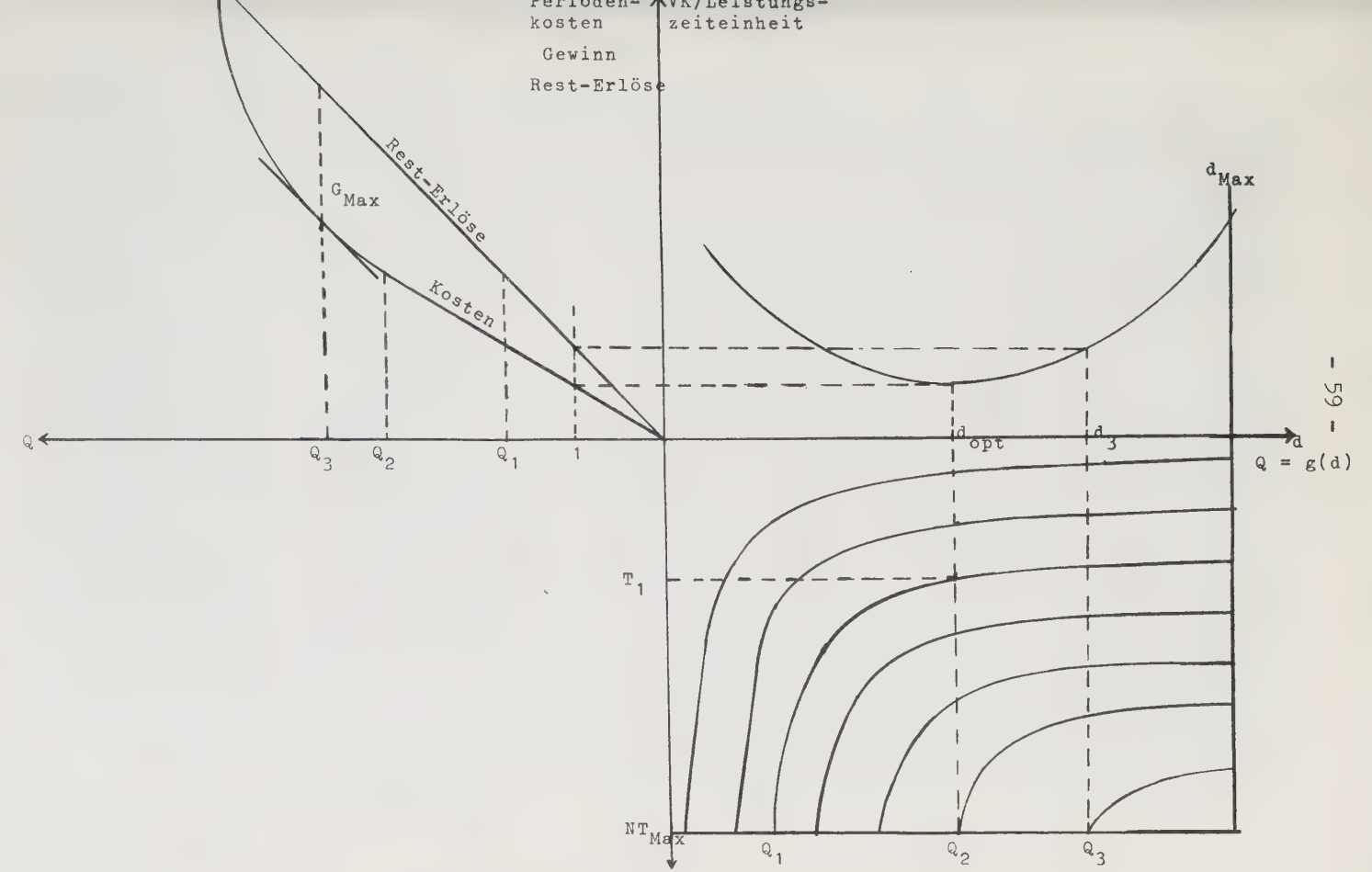
Diese Gleichung besagt, daß der maximale Gewinn je Leistungszeiteinheit im Idealfall dann erreicht ist, wenn die Differenzerlöse abzüglich der direkt mengenabhängigen Kosten je Leistungszeiteinheit den aus den Verbrauchsfunktionen entwickelten Differenzkosten je Leistungszeiteinheit entsprechen. Damit ist der Leistungsgrad bestimmt , bei dem das Gewinnmaximum erreicht ist unter der Voraussetzung, daß die sonstigen Beschränkungen eine volle temporale Ausnutzung des Aggregates gestatten.

Die Entscheidung des Betriebsleiters wird nun dahin gehen, daß so lange mit dem kostenoptimalen Leistungsgrad produziert wird, wie die Nachfrage innerhalb der dem Unternehmen zur Verfügung stehenden Nutzungszeit des Aggregates befriedigt werden kann. Erst bei voller temporaler Ausnutzung des Aggregates wird der Leistungsgrad bis zum wirtschaftlich maximalen Leistungsniveau erhöht. Der durch (I.23.1) bestimmte Leistungsgrad gibt deshalb auch bei gegebenem Preis der Produkte und der Produktionsfaktoren und bei gegebenen Verbrauchsfunktionen für eine Periode die wirtschaftlich maximale Produktionsmenge dieser Periode an, wenn er in (I.3) eingesetzt wird.

Abbildung 2 zeigt eine zeichnerische Bestimmung der Höhe der Produktionsmenge bei einer bestimmten Nachfragesituation. Im ersten Quadranten sind die aus den Verbrauchsfunktionen ermittelten Kosten summarisch in Abhängigkeit der Leistung dargestellt. Die direkt von der Produktionsmenge abgeleiteten Kosten sind als Abzugsgröße

---

1) Siehe Anm. 1 auf S. 55.


Perioden-
kosten
VK/Leistungs-
zeiteinheit
Gewinn
Rest-Erlöse
Rest-Erlöse
G_{Max}
Kosten
d_{Max}
Q
Q_3
Q_2
Q_1
1
d_{opt}
d_3
d
$Q = g(d)$
T_1
NT_{Max}
Q_1
Q_2
Q_3

von den Preisen angesehen worden, so daß im zweiten Quadranten nur die Resterlös-Kurve eingezeichnet worden ist. Daneben finden sich im zweiten Quadranten die Gesamtkosten bei unterschiedlichen Leistungsgraden des Aggregates wieder. Tatsächlich bewegt sich der Unternehmer kostenmäßig aber auf den durchgezogenen Linien, da er bis Q_1 das Aggregat bei optimalem Leistungsgrad temporal anpaßt und dann erst den Leistungsgrad maximal bis d_3 erhöht. Die sich daraus ergebende wirtschaftlich maximale Produktionsmenge je Periode wird mit Q_3 bezeichnet. Im vierten Quadranten sind die Nutzungszeit-Leistungsgrad-Kombinationen dargestellt, durch die die gleiche Produktionsmenge erzielt werden kann. Besteht z.B. die Nachfrage Q_1, so wird der Unternehmer das Aggregat im Leistungsgradoptimum in der Periode während der Zeit t_1 laufen lassen, temporal also die Maschine nicht voll ausnutzen. Die dadurch entstehenden Kosten sind ebenso wie der Gewinn bei gegebenem Preis im zweiten Quadranten dargestellt. Nicht berücksichtigt sind die fixen Kosten, die zu einer Verschiebung der Kostenkurven im zweiten Quadranten führen würden.

21.2 Der Einaggregat-Betrieb mit Lagerhaltung (Modell IB)

Zusätzlich zu den bereits in Modell IA genannten dispositiven Faktoren tritt hier noch die Möglichkeit, die Lagerbestände an Repetierfaktoren und Fertigprodukten zu variieren. Damit erweitert sich auch die Zielfunktion um die entstehenden Lagerkosten; und zwar nur um diese, da hier unterstellt wird, daß die Lager-Anfangsbestände des gesamten Untersuchungszeitraums die gleiche Höhe aufweisen wie die Endbestände[1], nämlich gleich 0 sind.[2] Wegen der Identität der Zwischen-Endbestände mit

---

1) Unterscheiden sich die bewerteten Anfangsbestände von den Endbeständen, muß die Differenz mit in der langfristigen Gewinnfunktion berücksichtigt werden.

2) Die Endbestände - und damit auch die Anfangsbestände - werden hier gleich 0 gesetzt, um die damit verbundene Bewertungsproblematik auszuschalten, die auftritt, wenn ein Lagerbestand über die letzte Planungsperiode hinaus vorhanden ist. Im übrigen wird diese Bedingung nur der Vollständigkeit halber explizit in den Modelle len berücksichtigt. Ist der bewertete Lager-Endbe-

den Zwischen-Anfangsbeständen der Perioden fallen die Bestände aus der Gesamtgewinnfunktion heraus, da sie sich in der Gesamt-Periodenbetrachtung gegenseitig aufheben.

Weiterhin brauchen nur die Lagerkosten in die Zielfunktion übernommen zu werden, die durch unternehmerische Entscheidungen beeinflußt werden. Dazu zählen hier nicht die kapazitätsabhängigen Lagerkosten, da eine konstante Lagerkapazität vorausgesetzt ist. Die entstehenden Lagerkosten werden als lagermengenabhängig aufgefaßt. Für die zu bestimmenden Lagerbestandsgrößen je Periode kann entweder der Lagerbestand je Zeiteinheit oder der durchschnittliche Lagerbestand je Periode herangezogen werden. Die Bestimmung des Lagerbestandes je Zeiteinheit kann insofern nicht durchgeführt werden, da weder der Beschaffungs- noch der Absatzzeitpunkt während einer Periode eindeutig determiniert ist. Es können nur die gesamten Beschaffungs-, Produktions- und Absatzmengen einer Periode ermittelt werden, nicht aber, wie die Gesamtmengen über die Periode verteilt sind. Daher kann ein Lagerdurchschnittsbestand für die Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe und für die Fertigfabrikate nur aufgrund der Periodenanfangs- und -endbestände gebildet werden:

$$(I.24) \qquad DLB_t = \frac{AB_t + EB_t}{2}$$

Nach der üblichen Fortschreibungsmethode wird der Fertigprodukt-Endbestand aus dem Anfangsbestand durch Addition der Produktionszugänge und Subtraktion der Absatzmenge während einer Periode bestimmt. Daher ist (I.24) äquivalent zu (I.25).

$$(I.25) \qquad DLB_t^{FF} = AB_t^{FF} + \frac{q_t - A_t}{2} \qquad 1)$$

---

stand nämlich nicht in der Zielfunktion enthalten, so wird er in der optimalen Lösung gleich 0 sein, da durch ihn zwar Aufwendungen bzw. Kosten entstehen, nicht aber gleichzeitig eine Ertragserhöhung.

1) Die Gleichung folgt aus (I.24), worin statt EB_t $(AB_t + q_t - A_t)$ eingesetzt wird.

In dieser Gleichung ist als unbekannte Größe noch der Anfangsbestand der Periode enthalten. Er läßt sich zurückführen auf den Anfangsbestand AB_0 (= 0) des gesamten Betrachtungszeitraums, indem der letztgenannte Anfangsbestand um die Summe der Zugänge während der Perioden 1 bis t - 1 erhöht und um die Summe der Abgänge in dem gleichen Zeitraum reduziert wird:

$$(I.26)\quad AB_t^{FF} = AB_0 + \sum_{\tau}^{t}(q_\tau - A_\tau) = \sum_{\tau}^{t}(q_\tau - A_\tau)$$

Durch Einsetzen von (I.26) in (I.25) erhält man den durchschnittlichen Bestand des Fertigfabrikate-Lagers:

$$(I.27)\quad DLB_t^{FF} = \sum_{\tau}^{t}(q_\tau - A_\tau^T) + \frac{q_t - A_t}{2} \quad \text{für alle } t$$

(I.24) gilt auch für die beiden Produktionsfaktorgruppen J und S. Der Endbestand ergibt sich aus dem Anfangsbestand zuzüglich der in der Periode beschafften Produktionsfaktoren und abzüglich der verbrauchten Produktionsfaktoren. Der Zugang an indirekt (direkt) mengenabhängigen Produktionsfaktoren ist durch die rechte Seite der Gleichung (I.15.1) ((I.15.2)) gegeben, der produktionsbedingte Faktorverbrauch der beiden Gruppen durch die entsprechende linke Seite der Gleichungen. Die Lagerbestände am Ende der Periode t für die Produktionsfaktoren der Gruppe J betragen demnach:

$$(I.28.1)\quad DLB_t^J = AB_t^J + \frac{\sum_Z q_t^{J,Z} - \sum_L f_t^J(d_t^L)T_t^L}{2}$$

und für die Faktoren der Gruppe S:

$$(I.28.2)\quad DLB_t^S = AB_t^S + \frac{\sum_Z q_t^{S,Z} - b_t^S \sum_L g_t(d_t^L)T_t^L}{2}$$

Entsprechend der Reduktion des Fertiglager-Bestandes auf den Ausgangszustand des Planungszeitraums gewinnt man aus den beiden eben genannten Gleichungen die Endbestände der beiden Faktorgruppen:

$$(I.29.1)\quad DLB_t^J = \sum_{\tau}^{t}\left(\sum_Z q_\tau^{J,Z} - \sum_L f_\tau^J(d_\tau^L)T_\tau^L\right) + \frac{\sum_Z q_t^{J,Z} - \sum_L f_t^J(d_t^L)T_t^L}{2}$$

(I.29.2):

$$DLB_t^S = \sum_{\bar{t}} \Big(\sum_Z q_{\bar{t}}^{S,Z} - b_{\bar{t}}^S \sum_L g_{\bar{t}}(d_{\bar{t}}^L) T_{\bar{t}}^L \Big) + \frac{\sum_Z q_t^{S,Z} - b_t^S \sum_L g_t(d_t^L) T_t^L}{2}$$

Um zu den Lagerkosten zu kommen, müssen die einzelnen Durchschnittsbestände mit dem - eventuell nach Faktorart und Fertigprodukt differenzierten - Lagerkostensatz multipliziert werden.

Eine weitere Änderung der Zielfunktion wird dadurch verursacht, daß die Produktionsmenge einer Periode nicht identisch mit der Absatzmenge zu sein braucht. Ebenso brauchen die beschafften Mengen der einzelnen Produktionsfaktoren nicht identisch zu sein mit dem Verbrauch je Periode. Das bedeutet, daß die Kosten des Repetierfaktorverbrauchs auch von der Wahl des Lieferanten abhängig sind, so daß es für die Periodengewinn-Berechnung wichtig ist, den Verbrauch der Produktionsfaktoren nach Lieferanten aufzugliedern. Die Zielfunktion erhält daher folgendes Aussehen:

$$\begin{aligned}
(I.30)\ G = {} & \sum_t (p_t A_t - \sum_L \sum_J \sum_Z \pi_t^{J,Z} f_t^{J,Z}(d_t^{L,Z}) T_t^{L,Z} - \\
& - b_t^S \sum_L \sum_S \sum_Z \pi_t^{S,Z} g_t^Z(d_t^{L,Z}) T_t^{L,Z} - LS_t^{FF} \Big(\sum_{\bar{t}} \Big(\sum_Z g_{\bar{t}}(d_{\bar{t}}^L) T_{\bar{t}}^L - \\
& - A_{\bar{t}} \Big) + \frac{\sum_L g_t(d_t^L) T_t^L - A_t}{2} \Big) - \sum_J LS_t^J \cdot \Big(\sum_{\bar{t}} \Big(\sum_Z q_{\bar{t}}^{J,Z} - \\
& - \sum_L f_{\bar{t}}^J(d_{\bar{t}}^L) T_{\bar{t}}^L \Big) + \frac{\sum_Z q_t^{J,Z} - \sum_L f_t^J(d_t^L) T_t^L}{2} \Big) - \\
& - \sum_S LS_t^S \Big(\sum_{\bar{t}} \Big(\sum_Z q_{\bar{t}}^{S,Z} - b_{\bar{t}}^S \sum_L g_{\bar{t}}(d_{\bar{t}}^L) T_{\bar{t}}^L \Big) + \\
& + \frac{\sum_Z q_t^{S,Z} - b_t^S \sum_L g_t(d_t^L) T_t^L}{2} \Big) \longrightarrow \text{Max!}
\end{aligned}$$

Es gelten weiterhin:

$$(I.31.1)\quad \sum_Z f_t^{J,Z}(d_t^{L,Z}) T_t^{L,Z} = f_t^J(d_t^L) T_t^L$$

$$(I.31.2)\quad \sum_Z g_t^Z(d_t^{L,Z}) T_t^{L,Z} = g_t(d_t^L) T_t^L$$

Für die Optimierung des langfristigen Gewinns G kann statt des Verbrauchs an Produktionsfaktoren die beschaffte Menge je Periode in die Zielfunktion eingesetzt werden, wenn die bereits genannte Voraussetzung gegeben ist, daß alle Lagerbestände zu Beginn des Planungszeitraums mit den Lagerbeständen am Ende des Planungszeitraums übereinstimmen. Die Zielfunktion vereinfacht sich damit zu:

$$
\begin{aligned}
(I.30.1)\quad G = \sum_t (p_t A_t - \sum_J \sum_Z \pi_t^{J,Z} q_t^{J,Z} - \sum_S \sum_Z \pi_t^{S,Z} q_t^{S,Z} - \\
- LS_t^{FF} \Big(\sum_{\bar{t}} \Big(\sum_L g_{\bar{t}}(d_{\bar{t}}^L) T_{\bar{t}}^L - A_{\bar{t}} \Big) + \frac{\sum_L g_t(d_t^L) T_t^L - A_t}{2} \Big) - \\
- \sum_J LS_t^J \Big(\sum_{\bar{t}} \Big(\sum_Z q_{\bar{t}}^{J,Z} - \sum_L f_{\bar{t}}^J(d_{\bar{t}}^L) T_{\bar{t}}^L \Big) + \\
+ \frac{\sum_Z q_t^{J,Z} - \sum_L f_t^J(d_t^L) T_t^L}{2} \Big) - \sum_S LS_t^S \Big(\sum_{\bar{t}} \Big(\sum_Z q_{\bar{t}}^{S,Z} - \\
- b_{\bar{t}}^S \sum_L g_{\bar{t}}(d_{\bar{t}}^L) T_{\bar{t}}^L \Big) + \frac{\sum_Z q_t^{S,Z} - b_t^S \sum_L g_t(d_t^L) T_t^L}{2} \Big) \rightarrow \text{Max!}
\end{aligned}
$$

Allerdings können daraus nicht mehr die Periodengewinne abgeleitet werden. Dazu bedarf es einer gesonderten Bewertung der Lager-Endbestände je Periode, wie es ja auch in der Praxis üblich ist. Im folgenden wird immer auf diese vereinfachte Zielfunktion zurückgegriffen.

Auch unter den Nebenbedingungen sind einige Änderungen vorzunehmen. Der Absatz ist zunächst durch die Nachfrage in einer Periode bestimmt:

$$(I.31)\qquad A_t \leq N_t \qquad \text{für alle } t$$

Neben dieser Absatzbeschränkung müssen Restriktionen aufgrund der bisher produzierten Fertigfabrikate gebildet werden, und zwar darf der Absatz einer Periode niemals größer werden als der Anfangsbestand an Produkten zuzüglich der Produktionszugänge dieser Periode. Da die Anfangsbestände aus dem Anfangszustand des gesamten Zeitraums gemäß (I.27) abgeleitet werden können, erhält man die neue Gruppe von Nebenbedingungen:

$$(I.32)\quad A_t \leq \sum_{\bar{t}} \Big(\sum_L g_{\bar{t}}(d_{\bar{t}}^L) T_{\bar{t}}^L - A_{\bar{t}} \Big) + \sum_L g_t(d_t^L) T_t^L \quad \text{für alle } t$$

Die durch die Produktionskapazität hervorgerufenen Nebenbedingungen haben sich gegenüber dem Modell IA nicht geändert. Die Beschränkungen durch die begrenzten Faktorbeschaffungsmöglichkeiten sind analog zu (I.32) zu bilden, indem der Verbrauch nicht höher sein darf als der jeweilige Anfangsbestand zuzüglich der Zukäufe während einer Periode. Da der Anfangsbestand aus (I.29.1) bzw. (I.29.2) zu ersehen ist, sind folgende Nebenbedingungen neu einzuführen:

$$(I.33.1)\quad \sum_L f_t^J(d_t^L)T_t^L \leq \sum_{\bar{t}}\Big(\sum_Z q_{\bar{t}}^{J,Z} - \sum_L f_{\bar{t}}^J(d_{\bar{t}}^L)T_{\bar{t}}^L\Big) + \sum_Z q_t^{J,Z}$$
für alle t und J

$$(I.33.2)\quad b_t^S\sum_L g_t(d_t^L)T_t^L \leq \sum_{\bar{t}}\Big(\sum_Z q_{\bar{t}}^{S,Z} - b_{\bar{t}}^S\sum_L g_{\bar{t}}(d_{\bar{t}}^L)T_{\bar{t}}^L\Big) + \sum_Z q_t^{S,Z}$$
für alle t und S.

(I.14.1) und (I.14.2) gelten dagegen weiter. Die Prämisse, daß die Anfangsbestände den Endbeständen des gesamten Planungszeitraums entsprechen müssen, führt zu einer weiteren Restriktion, die ausdrückt, daß einerseits die Produktions- und Absatzmengen, andererseits die beschafften und verbrauchten Produktionsfaktormengen über den gesamten Planungszeitraum gleich groß sein müssen. Soll also die Zielfunktion in ihrer bisherigen Darstellung gelten, muß das System zusätzlich noch um diese Bedingung erweitert werden.

$$(I.34)\quad \sum_t\Big(\sum_L g_t(d_t^L)T_t^L - A_t\Big) = 0$$

$$(I.35.1)\quad \sum_t\Big(\sum_Z q_t^{J,Z} - \sum_L f_t^J(d_t^L)T_t^L\Big) = 0 \qquad \text{für alle J}$$

$$(I.35.2)\quad \sum_t\Big(\sum_Z q_t^{S,Z} - b_t^S\sum_L g_t(d_t^L)T_t^L\Big) = 0 \qquad \text{für alle S}$$

Neben den Produktions-, Absatz- und Beschaffungsbeschränkungen muß in diesem Modell eine vierte Gruppe berücksichtigt werden, die durch die beschränkten Lagerkapazitäten verursacht wird. Dazu ist der Periodenhöchstbestand zu errechnen. Aufgrund der Unterstellung einer gleichmäßigen Lagerveränderung während einer Periode[1)]

---

1) Siehe Anmerkung 1 auf der nächsten Seite.

kann der Höchstbestand bei Lageraufbau nur der Endbestand, bei Lagerabbau nur der Anfangsbestand einer Periode sein. Es bedarf jedoch nicht je einer Restriktion für den Anfangs- und den Endbestand, da der Anfangsbestand einer Periode identisch mit dem Endbestand der Vorperiode ist. Der Anfangsbestand der ersten Planperiode ist bekannt; daher ist es zweckmäßig, die Lagerkapazitätsrestriktionen auf die Endbestände zu beziehen, die aus (I.27) unter Hinzunahme der Differenz zwischen Produktion und Absatz bzw. zwischen Beschaffung und Verbrauch während der Periode abgeleitet werden können. Entscheidend für die Definition der folgenden Beschränkungen ist die Frage, ob es möglich ist, innerhalb des Lagers die Lagerplätze für die einzelnen Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe und die Produkte in beliebiger Größe zu verteilen, oder ob für jede Güterart ein bestimmter Lagerplatz mit einer Maximalkapazität vorgeschrieben ist.

Für den ersten Fall müssen Äquivalenzziffern - hier mit λ bezeichnet - gebildet werden, die den unterschiedlichen Raumbedarf der Lagereinheiten erfassen. Es ist nur eine Beschränkung je Periode über die gesamte Lagerkapazität LK in dieser Periode aufzustellen:

$$(I.36)\quad \sum_{\hat{t}}(\lambda^{FF}_{\hat{t}}(\sum_{L} g_{\hat{t}}(d^{L}_{\hat{t}})T^{L}_{\hat{t}} - A_{\hat{t}}) + \sum_{J}\lambda^{J}_{\hat{t}}(\sum_{Z} q^{J,Z}_{\hat{t}} - \sum_{L} f^{J}_{\hat{t}}(d^{L}_{\hat{t}})T^{L}_{\hat{t}}) +$$

$$+ \sum_{S}\lambda^{S}_{\hat{t}}(\sum_{\hat{t}} q^{S,Z}_{\hat{t}} - b^{S}_{\hat{t}}\sum_{L} g_{\hat{t}}(d^{L}_{\hat{t}})T^{L}_{\hat{t}})) \leq LK_{t} \qquad \text{für alle } t$$

Der erste Summand der linken Seite drückt den Raumbedarf des Endbestandes an Fertigfabrikaten, der zweite Summand den Raumbedarf der Endbestände an Produktionsfaktoren der Sorte J und der dritte Summand den Raumbedarf der Endbestände an Produktionsfaktoren der Sorte S aus.

---

1) In diesen und den folgenden Modellen wird von der Annahme ausgegangen, daß die Differenzen zwischen Anfangs- und Endbestand einer Periode gleichmäßig verteilt über die Periode entstehen. Absatz-, Produktions- und Beschaffungsgeschwindigkeit müssen also während einer Periode in einem konstanten Verhältnis zueinander stehen. Wenn das Verhältnis: Lagerabgangs- zu -zugangsgeschwindigkeit kleiner (größer) als 1 ist, erfolgt Lageraufbau (-abbau). Ist es gleich 1, ändert sich das betreffende Lager nicht.

Im zweiten Fall muß dagegen für jede Faktorart und für das Endprodukt eine gesonderte Ungleichung gebildet werden. In der Praxis werden beide Fälle gemischt vorkommen. Hier wird der erste Fall unterstellt.

Das durch die genannten Ungleichungen, durch die Nichtnegativitätsbedingungen und durch etwaige Ganzzahligkeitsbedingungen beschriebene Modell kann im Normalfall nicht mehr durch isolierte Maximierung der einzelnen Periodengewinne gelöst werden. Dadurch wird der Lösungsweg durch die lineare Programmierung sehr umfangreich. Zum Teil empfiehlt sich deshalb die dynamische Programmierung, um schneller zum Ziel zu kommen. Hier ist eine Form anzuwenden, die gegenüber den in der Literatur im allgemeinen dargestellten Arten etwas abgewandelt ist, da in den normalen dynamischen Programmierungsaufgaben ein gegebener Absatz angenommen wird.[1] In den zu behandelnden Modellen ist jedoch nur die Nachfrage gegeben, die aber durch die Produktion des Unternehmens nicht unbedingt gedeckt zu werden braucht. Daraus folgt, daß hier im Gegensatz zu den sonstigen Problemstellungen keine außerbetriebliche Restriktion in Form einer Gleichung vorkommt. Die Zahl der Entscheidungsmöglichkeiten nimmt daher erheblich zu. Allerdings können einige Möglichkeiten von vornherein durch einfache Überlegungen ausgeschaltet werden. Der Vorteil der dynamischen Programmierung gegenüber der linearen Programmierung besteht darin, daß sowohl die Anzahl der Variablen, die in einem Zug bestimmt werden müssen, reduziert wird als auch nichtlineare Programme gelöst werden können, da ein Wesenszug der dynamischen Programmierung darin zu sehen ist, daß das reduzierte Variablenfeld mit beliebigen Methoden - hauptsächlich aber mit der Simulation - bestimmt werden kann.[2] Als neue Feldvariable ist dabei der Lagerbestand am Ende jeder Periode einzuführen, der

---

1) Es kann hier nicht in großem Rahmen auf die allgemeinen Lösungsverfahren der dynamischen Programmierung eingegangen werden. Vielmehr wird die Kenntnis des normalen Algorithmus vorausgesetzt und nur die hier notwendigen Informationen kurz erläutert.

2) Vazsonyi, A., Die Planungsrechnung in Wirtschaft und Industrie, S. 2o4 ff., Wien und München 1962.

sich leicht aus dem bereits Gesagten ergibt. Für die erste Periode erhält man den Anfangsbestand C_o und den Endbestand C_1.

Folgendes Beispiel erläutert den Rechenvorgang: Die Nachfrage für drei aufeinander folgende Planungsperioden ist zu (6.000, 8.000, 5.000) Produkteinheiten ermittelt worden. Je Periode stehen 2.000 Aggregatstunden zur Verfügung. Das Aggregat kann in zwei Leistungsstufen produzieren. Die Produktion je Fertigungsstunde und Leistungsgrad und die Kosten je Leistungsgrad und Fertigungsstunde und je Produkteinheit sind in Tabelle IV dargestellt.

Tabelle IV

	Periode 1		Periode 2		Periode 3	
	d_1^1	d_1^2	d_2^1	d_2^2	d_3^1	d_3^2
Produkteinheiten/Fh	1	2	1	2	1	2
verbr.abh. Kosten/Fh	1,-	4,-	2,-	5,-	2,5o	6,-
verbr.abh. Kosten/Produkteinheit	1,-	2,-	2,-	2,5o	2,5o	3,-

Die Preise je Produkteinheit betragen in den drei Perioden (5,-; 6,-; 5,-), die variablen Lagerkosten je Stück o,5o DM. Mengenabhängige Kosten treten nicht auf.

Es ist folgende Zielfunktion zu maximieren:

$$(I.37)\quad 5A_1 + 6A_2 + 5A_3 - T_1^1 - 4T_1^2 - 2T_2^1 - 5T_2^2 - 2{,}5T_3^1 - 6T_3^2 - (o{,}5C_1 + o{,}5C_2 + o{,}5C_3) = \text{Max!}$$

Gegeben sind C_o und C_3 mit O. Die Nebenbedingungen lauten:

$$(I.38.1)\quad A_1 = T_1^1 + 2T_1^2 + C_o - C_1 \leq 6.000$$

$$(I.38.2)\quad A_2 = T_2^1 + 2T_2^2 + C_1 - C_2 \leq 8.000$$

$$(I.38.3)\quad A_3 = T_3^1 + 2T_3^2 + C_2 - C_3 \leq 5.000$$

$$(I.39.1)\quad T_1^1 + T_1^2 \leq 1.000$$

(I.39.2) $T_2^1 + T_2^2 \leq 1.000$

(I.39.3) $T_3^1 + T_3^2 \leq 1.000$

Es ist zu beachten, daß die Variablen nicht kleiner als 0 werden dürfen. Der Lagerbestand soll im Rahmen der Möglichkeiten keinen Kapazitätsbeschränkungen unterworfen sein. Die für den Algorithmus notwendige Transformationsbeziehung zwischen den einzelnen Anfangs- und End-Lagerbeständen lautet:

(I.4o.1) $C_1 = C_o + T_1^1 + 2T_1^2 - A_1$

(I.4o.2) $C_2 = C_1 + T_2^1 + 2T_2^2 - A_2$

(I.4o.3) $C_3 = C_2 + T_3^1 + 2T_3^2 - A_3$

Der Rechengang beginnt mit der letzten Periode, da alle Entscheidungen der zeitlich davorliegenden Perioden Einfluß auf den Gewinn der letzten Periode haben können, nicht jedoch umgekehrt.

Für die dritte Periode erhält man also folgende zu maximierende Funktion:

(I.41) $F_1(C_2) = \text{Max}(5A_3 - 2{,}5T_3^1 - 6T_3^2)$ [1)]

unter den Nebenbedingungen:

(I.42.1) $0 \leq A_3 = T_3^1 + 2T_3^2 + C_2 \leq 5.000$

(I.42.2) $0 \leq T_3^1 + T_3^2 \leq 1.000$

Durch eine Wertetabelle für unterschiedliche C_2- (= Lager-Anfangsbestandswerte der dritten Periode) und q_3-Mengen (= Produktionsmenge der dritten Periode) kann das Maximum von (I.41) bestimmt werden. Dabei kann der Lager-

---

1) Der Index bei F kennzeichnet die Anzahl der Perioden, deren Gewinn durch diese Funktion erfaßt wird, der Index bei C die Periode, für deren bisher noch nicht bekannter Lagerbestand diese Berechnung durchgeführt wird.

bestand höchstens 4.ooo Produkteinheiten betragen - nämlich die Gesamtproduktion der ersten und der zweiten Periode - und q_3 höchstens 2.ooo Produkteinheiten sein. Die Minimalkosten für eine gegebene Produktionsmenge q_3 lassen sich aus den folgenden beiden Gleichungssystemen ermitteln. Für $0 \leq q_3 \leq 1.000$ gilt:

(I.43.1) $T_3^1 = q_3$ und $T_3^1 \leq 1.000$

Für $1.000 \leq q_3 \leq 2.000$ gilt:

(I.43.2) $T_3^1 + 2T_3^2 = q_3$ und $T_3^1 + T_3^2 = 1.000$

Das zweite Gleichungssystem ergibt sich aus der o.a. Überlegung, daß der Unternehmer vor der intensitätsmäßigen Variation die maximale temporale Anpassung wählt. Man erhält dann folgende Wertetabelle, in der die maximalen Gewinne bei unterschiedlichen Lagermengen mit einem Stern gekennzeichnet sind. Die dazugehörigen Absatzmengen errechnen sich aus der Summe des Lagerbestands C_2 und der Produktionsmenge q_3.

Wertetabelle [1]

C_2 in Produkteinh.	q_3 in Produkteinheiten		
	0	1.ooo	2.ooo
0	0	2.5oo	4.ooo$^+$
1.ooo	5.ooo	7.5oo	9.ooo$^+$
2.ooo	1o.ooo	12.5oo	14.ooo$^+$
3.ooo	15.ooo	17.5oo	19.ooo$^+$
4.ooo	2o.ooo	22.5oo$^+$	-

Da der Absatz maximal 5.ooo Produkteinheiten beträgt und der Endbestand 0 sein muß, ist die Situation C_2 = 4.ooo und q_3 = 2.ooo Produkteinheiten nicht zulässig. Im Gegensatz zu einer normalen dynamischen Programmierungsaufgabe sind nun nicht mehr nur die Kombinationen von C_2 und q_3 zulässig, die genau 5.ooo Einheiten ergeben, sondern auch alle darunter liegenden Kombinationen sind realisierbar.

---

1) Die Abstände zwischen den einzelnen C_2- und q_3-Werten können hier so groß gewählt werden, da lineare Beziehungen mit nur einer unstetigen Stelle bei q_3 = 1.ooo vorliegen.

Aus der Tabelle kann abgeleitet werden, daß $F_1(C_2)$ für $0 \leq C_2 \leq 3.000$ maximiert wird, wenn in der dritten Periode 2.000 Produkteinheiten produziert werden. Für den Absatz dieser Periode gilt dann:

(I.44) $A_3 = 2.000 + C_2$

Für $C_2 > 3.000$ ergibt sich bei $A_3 = 5.000$ der maximale Gewinn, wobei die Menge

$$q_3 = 5.000 - C_2$$

produziert wird.

Damit lassen sich zwei Maximalfunktionen ableiten, für die die Berechnungen parallel solange durchzuführen wären, bis eine der beiden Möglichkeiten widerlegt wird. Diese doppelte Rechnung läßt sich hier umgehen, wenn man in Betracht zieht, daß der Verkaufspreis in der vorletzten Periode höher ist als in der letzten und die Produktion der vorletzten Periode einschließlich etwaiger Lagerbestände vollständig in diesem Zeitraum abgesetzt werden kann. Es würde daher den Gewinn mindern, wenn die Produktion der vorletzten Periode in der letzten Periode abgesetzt werden würde. Infolgedessen wird C_3 höchstens 2.000 Einheiten betragen, so daß durch Einsetzung von (I.44) in (I.41) unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Produktionszeit für 2.000 Produkteinheiten - nämlich 1.000 Fertigungsstunden bei dem Leistungsgrad d_3^2 - diese Gleichung übergeht in:

(I.41.1) $F_1(C_2) = 4.000 + 5C_2$

Für die Maximierung des Gewinns in der zweiten und dritten Periode gemeinsam für jeden Wert von C_1 ist die Maximum-Funktion (I.45) zu erfüllen:

(I.45) $F_2(C_1) = \text{Max}(6A_2 - 2T_2^1 - 5T_2^2 - o,5C_2 + F_1(C_2))$

Diese Funktion geht über in (I.46).

(I.46) $F_2(C_1) = \text{Max}(1,5A_2 + 2,5T_2^1 + 4T_2^2 + 4,5C_1 + 4.000)$

Wird C_2 entsprechend der Transformationsgleichung (I.4o) zurückgeführt auf C_1, so kann (I.46) zu (I.47) umgeformt werden:

(I.47) $F_2(C_1) = \text{Max}(1{,}5A_2 + 2{,}5T_2^1 + 4T_2^2 + 4{,}5C_1 + 4.000)$

Die Nebenbedingungen lauten:

(I.47.1) $0 \leq A_2 = T_2^1 + 2T_2^2 + C_1 - C_2$ und

$0 \leq T_2^1 + T_2^2 \leq 1.000$

Analog zur obigen Wertetabelle wird in der folgenden Tabelle der Maximalwert der Funktion für $0 \leq C_1$, $q_2 \leq 2.000$ dargestellt. Für jeden zulässigen Anfangsbestand wird der maximale Gewinn bei einer Produktionsmenge von 2.000 Einheiten erzielt. Infolgedessen errechnet sich A_2 zu:

(I.48) $A_2 = 2.000 + C_1$

und (I.47) wird zu:

(I.47.1) $F_2(C_1) = 6C_1 + 11.000$

Wertetabelle

C_2 in Produkteinheiten	q_3 in Produkteinheiten		
	0	1.000	2.000
0	4.000	8.000	11.000+
1.000	1o.000	14.000	17.000+
2.000	16.000	2o.000	23.000+

Schließlich erhält man den maximalen Gewinn für die drei Stufen:

(I.49) $F_3(C_o) = \text{Max}(5A_1 - T_1^1 - 4T_1^2 - o{,}5C_1 + F_2(C_1))$

und nach Umformung:

(I.49.1) $F_3(C_o) = \text{Max}(-o{,}5A_1 + 4{,}5T_1^1 + 7T_1^2 + 5{,}5C_o + 11.000)$

Es gelten folgende Nebenbedingungen:

(I.47.2) $0 \leq A_1 = T_1^1 + 2T_1^2 + C_o - C_1 \leq 5.000$ und

$$0 \leq T_1^1 + T_1^2 \leq 1.000$$

Schon ohne Aufstellung einer Wertetabelle erkennt man, daß in der ersten Periode mit dem Leistungsgrad d_1^2 1.000 Stunden lang produziert wird, jedoch nichts abgesetzt wird. $F_3(C_o)$ erhält damit den Wert 18.000, der den maximalen Gewinn vor Fixkostenabzug für alle drei Perioden angibt. Über die Transformationsbeziehung (I.4o) ergeben sich die bereits auf die o.a. Art berechneten optimalen Produktions-, Lager- und Absatzentscheidungen.

Die allgemeine Verhaltensweise des Unternehmers im Modell IB entspricht den für das Modell IA entwickelten Prinzipien. Hinzu kommen hier die Entscheidungen, die zu einer Lagerbildung führen können. Da die Entscheidungen, Repetierfaktoren zu lagern, nach den analogen Grundsätzen zur Lagerung von Fertigprodukten vorgenommen werden, soll hier nur diese Lagerbildung behandelt werden. Es wird in jedem Fall nur dann auf Lager produziert, wenn eine der folgenden Voraussetzungen gegeben ist:

a) Die Produktion einer Periode kann die Nachfrage in dieser Periode nicht voll decken. Es wird dann in den Vorperioden solange auf Lager produziert, bis die Nachfrage in dieser Periode aus Lagerabbau und Produktion gedeckt werden kann; aber nur dann, wenn entweder die Produktionsmöglichkeiten der vergangenen Perioden nicht voll ausgenutzt waren und die Grenzproduktions- zuzüglich der Grenzlagerkosten[1] geringer sind als die Grenzerlöse, oder wenn die Produktionsmöglichkeiten einer vergangenen Periode zwar voll ausgenutzt waren, die Absatzpreise in der jetzigen Periode aber über den Preisen der vergangenen Periode abzüglich der variablen Lagerkosten je Produkteinheit sind, die in dem Zeitraum zwischen der vergangenen und der betrachteten Periode anfallen.

---

1) Hier sind die Differenz- bzw. Differentialkosten durch Ableitung nach der Produkteinheit gemeint.

b) Die Nachfrage kann zwar voll gedeckt werden, die Produktionskosten je Produkteinheit liegen aber über der Summe der Produktionskosten in einer vergangenen Periode und der bis zu der betrachteten Periode angefallenen Lagerkosten. Voraussetzung dafür ist, daß die Produktionsmöglichkeiten der vergangenen Periode nicht voll durch die Absatzmöglichkeiten während der Periode ausgeschöpft werden. Ist die Produktionskapazität bereits voll ausgelastet, so wird nur dann eine Lagerbildung eintreten, wenn der durch den Absatzausfall in der vergangenen Produktionsperiode entgangene Gewinn kleiner ist als der Zusatzgewinn durch Verkauf der Fertigprodukte in einer zukünftigen Periode.

2.2 Der Modellansatz für einen Mehraggregat-Betrieb (Modell II)

Als weitere Dispositionsmöglichkeit ist die in den Produktionsprozeß einsetzbare Anzahl der Aggregate hinzuzuziehen. Alle n Aggregate können unabhängig voneinander eingesetzt werden. Der PEV besteht hier aus n binären Elemente, die PBM besitzt die gleiche Anzahl von Elementen je Periode, deren summierter Wert der Produktionsmenge gleich sein muß. Es ist für die Aufstellung des Modells relativ unbedeutend, ob die Aggregate qualitativ gleich sind oder nicht. Da nur einige Erweiterungen gegenüber dem ersten System vorzunehmen sind, wird hier nurmehr der Fall mit Lagerhaltung untersucht. Das Modell ohne Lagerhaltung kann als Spezialfall aus dem Lagerhaltungsmodell abgeleitet werden.

Bei dem Übergang vom ersten auf das zweite System ist zu berücksichtigen, daß n verschiedene Verbrauchsfunktionen je Produktionsfaktor und n verschiedene Abhängigkeiten zwischen der technisch-physikalischen und der ökonomischen Leistung gegeben sind. Überall dort, wo in dem System IB diese beiden Funktionengruppen auftreten, sind sie zusätzlich über die Anzahl der Aggregate zu summieren, so daß folgendes Modell II entsteht:

Zielfunktion: (II.1)

$$G = \sum_t (p_t A_t - \sum_J \sum_Z \pi_t^{J,Z} q_t^{J,Z} - \sum_S \sum_Z \pi_t^{S,Z} q_t^{S,Z} -$$

$$- LS_t^{FF} (\sum_{\bar{t}} (\sum_N \sum_L g_{\bar{t}}^N (d_{\bar{t}}^{N,L}) T_{\bar{t}}^{N,L} - A_{\bar{t}}) + \frac{\sum_N \sum_L g_t^N (d_t^{N,L}) T_t^{N,L} - A_t}{2}) -$$

$$- \sum_J LS_t^J (\sum_{\bar{t}} (\sum_Z q_{\bar{t}}^{J,Z} - \sum_N \sum_L f_{\bar{t}}^{N,J} (d_{\bar{t}}^{N,L}) T_{\bar{t}}^{N,L}) +$$

$$+ \frac{\sum_Z q_t^{J,Z} - \sum_N \sum_L f_t^{N,J} (d_t^{N,L}) T_t^{N,L}}{2}) - \sum_S LS_t^S (\sum_{\bar{t}} (\sum_Z q_{\bar{t}}^{S,Z} -$$

$$- \sum_N b_{\bar{t}}^{S,N} \sum_L g_{\bar{t}}^N (d_{\bar{t}}^{N,L}) T_{\bar{t}}^{N,L}) + \frac{\sum_Z q_t^{S,Z} - \sum_N b_t^{S,N} \sum_L g_t^N (d_t^{N,L}) T_t^{N,L}}{2} ;$$

$\longrightarrow$ Max!

Absatznebenbedingungen:

(II.2) $A_t \leq N_t$ für alle t

(II.3) $A_t \leq \sum_{\bar{t}} (\sum_N \sum_L g_{\bar{t}}^N (d_{\bar{t}}^{N,L}) T_{\bar{t}}^{N,L} - A_{\bar{t}}) + \sum_N \sum_L g_t^N (d_t^{N,L}) T_t^{N,L}$ für alle t

Nebenbedingungen im Produktionsbereich:

(II.4) $T_t^{N,L} \leq TM_t^{N,L}$ für alle t, N, L_N

(II.5) $\sum_L T_t^{N,L} \leq TM_t^N$ für alle t, N

Beschränkungen im Beschaffungsbereich:

(II.6.1) $\sum_N \sum_L f_t^{N,J} (d_t^{N,L}) T_t^{N,L} \leq \sum_{\bar{t}} (\sum_Z q_{\bar{t}}^{J,Z} - \sum_N \sum_L f_{\bar{t}}^{N,J} (d_{\bar{t}}^{N,L}) T_{\bar{t}}^{N,L})$

$+ \sum_Z q_t^{J,Z}$ für alle t, J

(II.6.2) $\sum_N b_t^{S,N} \sum_L g_t^N (d_t^{N,L}) T_t^{N,L} \leq \sum_{\bar{t}} (\sum_Z q_{\bar{t}}^{S,Z} -$

$- \sum_N b_{\bar{t}}^{S,N} \sum_L g_{\bar{t}}^N (d_{\bar{t}}^{N,L}) T_{\bar{t}}^{N,L}) + \sum_Z q_t^{S,Z}$

für alle t, S

(II.7.1) $q_t^{J,Z} \leq Q_t^{J,Z}$ für alle t, J, Z

(II.7.2) $q_t^{S,Z} \leq Q_t^{S,Z}$ für alle t, S, Z

Nebenbedingung des Lagerbereichs:

$$(II.8)\quad \sum_t (\lambda^{FF}_{\hat{t}} (\sum_N \sum_L g^{N}_{\hat{t}}(d^{N,L}_{\hat{t}}) T^{N,L}_{\hat{t}} - A_{\hat{t}}) + \sum_J \lambda^{J}_{\hat{t}} (\sum_Z q^{J,Z}_{\hat{t}} -$$

$$- \sum_N \sum_L f^{N,J}_{\hat{t}}(d^{N,L}_{\hat{t}}) T^{N,L}_{\hat{t}}) + \sum_S \lambda^{S}_{\hat{t}} (\sum_Z q^{S,Z}_{\hat{t}} -$$

$$- \sum_N b^{S,N}_{\hat{t}} \sum_L g^{N}_{\hat{t}}(d^{N,L}_{\hat{t}}) T^{N,L}_{\hat{t}})) \leq LK_t \quad \text{für alle t}$$

Sonstige Nebenbedingungen:

$$(II.9)\quad \sum_t (\sum_N \sum_L g^{N}_{t}(d^{N,L}_{t}) T^{N,L}_{t} - A_t) = 0$$

$$(II.9.1)\quad \sum_t (\sum_Z q^{J,Z}_t - \sum_N \sum_L f^{N,J}_t (d^{N,L}_t) T^{N,L}_t) = 0 \quad \text{für alle J}$$

$$(II.9.2)\quad \sum_t (\sum_Z q^{S,Z}_t - \sum_N b^{S,N}_t \sum_L g^{N}_t (d^{N,L}_t) T^{N,L}_t) = 0 \text{ für alle S}$$

Nichtnegativitätsbedingung:

$$(II.1o)\quad A_t,\ T^{N,L}_t,\ q^{J,Z}_t,\ q^{S,Z}_t \geq 0$$

Um die Produktionsmenge je Periode berechnen zu können, ist (I.3.1) umzuformen in:

$$(II.11)\quad q_t = \sum_N \sum_L g^{N}_t (d^{N,L}_t) T^{N,L}_t$$

Die Produktionsmenge je Periode und Aggregat beträgt:

$$(II.11.1)\quad q^{N}_t = \sum_L g^{N}_t (d^{N,L}_t) T^{N,L}_t$$

Der Faktorverbrauch der Faktorgruppen J und S ist in dem durch (II.1) bis (II.1o) beschriebenen Modell berechnet zu:

$$(II.12.1)\quad \text{Verbrauch}^{J}_t = \sum_N \sum_L f^{N,J}_t (d^{N,L}_t) T^{N,L}_t$$

$$(II.12.2)\quad \text{Verbrauch}^{S}_t = \sum_N b^{S,N}_t \sum_L g^{N}_t (d^{N,L}_t) T^{N,L}_t$$

Die Stellung des Produktionskoeffizienten $b^{S,N}_t$ ist in der angegebenen Art zu wählen, wenn für jedes Aggregat ein anderer Wert ermittelt worden ist. Ist dagegen der Produktionskoeffizient für alle Aggregate einheitlich, kann der Index N bei dem Koeffizienten weggelassen und dieser vor das Summenzeichen gezogen werden.

Aus der Nichtnegativitätsbedingung ist zu erkennen, daß die gleichen Variablen-Gruppen wie im Modell IB auftreten. Geändert hat sich lediglich die Zahl der zu bestimmenden Nutzungszeiten, die jetzt sowohl durch das Aggregat als auch durch die Leistungsintensität definiert werden.

Die unternehmerische Verhaltensweise zur Optimierung des langfristigen Gewinns hat sich an den für das Modell IB geltenden Kriterien auszurichten. Als neues Problem entsteht hier die Frage, wie der Unternehmer den Einsatz der verschiedenen Aggregate optimal zu planen hat. Um das Problem allgemein lösen zu können, wird die Produktionsmenge einer Periode zunächst als Konstante eingesetzt. Anhand dieser Vereinfachung läßt sich folgendes Ergebnis feststellen: "Ein rational handelnder Unternehmer erhöht (vermindert) zur Minimierung der Kosten bei steigender (sinkender) Leistungsmenge von den Kosteneinflußgrößen Leistungszeit und Leistungsintensität stets diejenige, deren Grenzkosten in Bezug auf die Leistungsmenge am niedrigsten (höchsten) sind, und setzt die Zahl von Produktiveinheiten ein, welcher unter der zuvor genannten Bedingung die niedrigsten Kosten zugeordnet sind."[1] Eine eingehende Erörterung des Problems findet sich bei Pack, so daß auf die Ableitung des eben formulierten "Grenzkostenausgleichsprinzips" - wie es hier genannt werden soll - verzichtet wird.[2]

Da in der Untersuchung davon ausgegangen wird, daß die Produktionskosten in Bezug auf Leistungszeitvariationen einen geradlinigen Verlauf annehmen, ist zunächst im Minimum der Verbrauchsfunktionen eine Produktmengenänderung durch temporale Variation am günstigsten zu erreichen. Mit Hilfe des Grenzkostenausgleichsprinzips ist die optimale PBM relativ leicht zu gewinnen, wenn die Verbrauchsfunktionen in einem speziellen Fall gegeben sind. Pack zieht zur Lösung die dynamische Programmierung heran. Diese recht komplizierte Rechnung scheint zumindest

---

1) Pack, L., a.a.O., S. 316
2) Pack, L., a.a.O., S. 307 - 322

dann nicht erforderlich zu sein, wenn die Leistungsgrade der einzelnen Aggregate nur diskret variierbar sind. Als Beispiel sollen drei Aggregate, deren aggregierte Gesamtkosten und Grenzkosten bei unterschiedlichen individuellen Produktionsmengen in Tabelle IV dargestellt sind, am kostengünstigsten eingesetzt werden.

Tabelle IV

Produktmenge je Aggregat	Aggregat I Kosten	Grenzk.	Aggregat II Kosten	Grenzk.	Aggregat III Kosten	Grenzk.
0	1oo,-		5o,-		6o,-	
		1oo,-		11o,-		15o,-
1	2oo,-		16o,-		21o,-	
		75,-		45,-		6o,-
2	275,-		2o5,-		27o,-	
		7o,-		75,-		3o,-
3	345,-		28o,-		3oo,-	
		95,-		9o,-		5o,-
4	44o,-		37o,-		35o,-	
		14o,-		16o,-		6o,-
5	58o,-		53o,-		41o,-	

Bei einem Gesamtbedarf von 11 Produkteinheiten werden aufgrund des Grenzkostenausgleichsprinzips je drei Einheiten auf den Aggregaten I und II und fünf Einheiten auf dem dritten Aggregat mit einem Kostenanfall von 1.o35,- DM hergestellt. Würden statt drei Einheiten nur zwei auf dem ersten Aggregat gefertigt und dafür vier Einheiten auf dem zweiten Aggregat, so würden die Kosten um 2o,- DM steigen, da in diesem Falle die Grenzkosten des zweiten Aggregates 9o,- DM, die des ersten aber nur 7o,- DM betragen.

Als wesentlichste Voraussetzung zur Anwendung dieses einfachen Verfahrens ist jedoch die Bedingung anzusehen, daß auch alle im Betrieb vorhandenen Aggregate eingesetzt werden müssen, um die geforderte Produktionsmenge erstellen zu können.

Wird die Einschränkung der konstanten Produktionsmenge aufgehoben, so ist das Grenzkostenausgleichsprinzip zusammen mit den anderen Maximierungskriterien zu betrachten. Das führt dazu, daß die Aggregate in einer Periode optimal solange zur Deckung der Nachfrage in der gleichen Periode eingesetzt werden müssen, bis ihre jeweiligen Grenzkosten

in Bezug auf die Produkteinheit gerade dem Grenzerlös, bezogen auf die Produkteinheit, entsprechen, es sei denn, daß das Kriterium b) auf S. 74, das hier ebenfalls wie auch das Prinzip a) gilt, eine derartige störungsfreie Anpassung verhindert.

Wenn ein Aggregat in Betrieb genommen wird, so können Anlaufkosten auftreten. Diese führen zu einer weiteren Verringerung des Gewinns und müssen deshalb in der Zielfunktion enthalten sein. Es können folgende betriebsindividuelle Situationen gegeben sein, die zu verschiedenen Ansätzen führen:

a) Alle Aggregate müssen in einem bestimmten Rhythmus innerhalb einer Periode ein- und ausgeschaltet werden. Beträgt z.B. die Periodenlänge eine Woche, so würde eine Rhythmuslänge in diesem Fall einen Arbeitstag von acht bis neun Stunden umfassen können. Am Anfang des Tages werden die Aggregate in Betrieb genommen, am Ende stillgelegt. Um die gesamten in einer Periode auftretenden Anlaufkosten berechnen zu können, muß deshalb die Anzahl der Unterbrechungen je Periode mit den Grundanlaufkosten AK^N jedes Aggregates multipliziert werden. Die Grundanlaufkosten sind hierbei diejenigen Anlaufkosten, die durch einmalige Inbetriebnahme des Aggregates N entstehen. Die Anzahl der Unterbrechungen ergibt der Quotient aus der Nutzungsdauer einer Anlage während einer Periode und der Rhythmuslänge RH. Sollte der Quotient nicht ganzzahlig sein, so muß er auf die nächsthöhere ganze Zahl aufgerundet werden. Die Anlaufkosten je Periode sind dann durch (II.13) unter der Nebenbedingung (II.14) ausgedrückt.

$$(II.13) \quad AKG_t = \sum_N \left(AK^N_t \frac{\sum_L T^{N,L}_t}{RH_t} \right) \qquad \text{für alle } t$$

$$(II.14) \quad \frac{\sum_L T^{N,L}_t}{RH_t} \qquad \text{ganzzahlig!}$$

b) Unterbrechungen während der Periode treten nicht auf, da ein mehrschichtiger Betrieb vorliegt. Anlaufkosten

sind nur einmal in der Periode für die Aggregate in Kauf zu nehmen, die während der Periode in den Produktionsprozeß eingesetzt werden. Für diesen Fall sind die Elemente u_t^N des PEV hinzuzuziehen und mit den aggregatindividuellen Anlaufkosten zu multiplizieren:

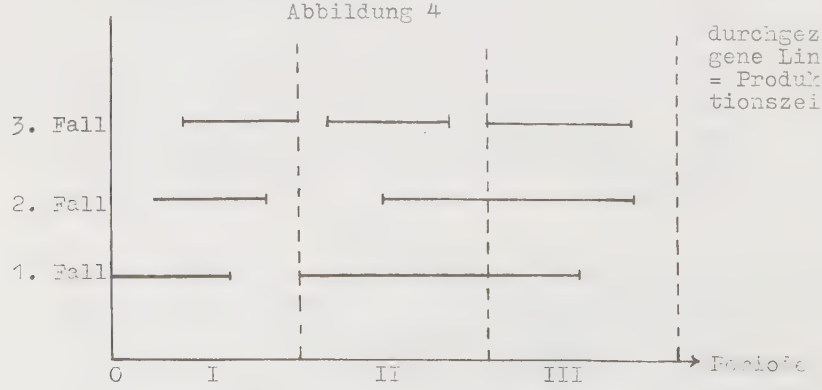
$$(II.15) \quad AKG_t = \sum_N AK_t^N u_t^N$$

Für u_t^N gilt:

$$(II.16) \quad \left(\sum_L T_t^{N,L} = 0\right) \rightarrow (u_t^N = 0)$$
$$\left(\sum_L T_t^{N,L} > 0\right) \rightarrow (u_t^N = 1)$$

c) Ein Aggregat, das in dieser Periode produzieren soll, muß nur in Betrieb genommen werden, wenn es nicht in der Vorperiode produziert hat. Im anderen Fall kann ohne Unterbrechung in der kommenden Periode weiter produziert werden. Hier kann eine exakte Berechnung der Anlaufkosten nur dann erfolgen, wenn die Periodendauer mit der Zeiteinheit identisch ist. Der Grund ist darin zu sehen, daß bei nicht vollständiger zeitlicher Ausnutzung eines Aggregates während einer Periode in der längeren Periodenbetrachtung nicht gesagt werden kann, wann die Stillstandszeiten in der Periode angesetzt werden. Abbildung 4 zeigt drei Möglichkeiten: Die tatsächlich genutzte Zeit kann am Periodenanfang beginnen oder irgendwann während der Periode.

Abbildung 4



Wird aber die Zeiteinheit als Periodenlänge gewählt, so muß weiterhin unterstellt werden, daß während einer Zeiteinheit nicht von Stillstand auf Produktion und

umgekehrt gewechselt werden kann. Für die Anlaufkosten gilt:

(II.17) $AKG_t = \sum_N (u_t^N - u_{t-1}^N) AK_t^N u_t^N$ für alle t

Aus diesem Ansatz kann folgendes abgeleitet werden:

aa) Ist das Aggregat N in der Periode t in Betrieb ($u_t^N = 1$) genommen worden ($u_{t-1}^N = 0$), so werden die entstandenen Anlaufkosten verrechnet.

bb) Ist das Aggregat in der Periode t in Betrieb, war dieser Zustand aber auch schon in t - 1 erreicht ($u_t^N = u_{t-1}^N = 1$), so entstehen keine Anlaufkosten.

cc) War das Aggregat in der Periode t - 1 in Betrieb ($u_{t-1}^N = 1$), ist es jedoch am Ende der Periode stillgelegt worden ($u_t^N = 0$), so entstehen keine Anlaufkosten. Entsprechend gilt diese Aussage für den Fall, daß das Aggregat in der Periode t - 1 ebenfalls nicht in Betrieb war ($u_{t-1}^N = 0$).

3. Modellansätze unter Berücksichtigung von Kapazitätsveränderungen

In den bisher entwickelten Modellen wurde davon ausgegangen, daß die Kapazität exogen bestimmt ist; und zwar durch die vorgegebene maximale Leistungszeit und -intensität jedes Aggregates. In einem praxisbezogenen Modell kann die Annahme einer gegebenen Kapazität nicht mehr aufrechterhalten werden, da die unternehmerischen Dispositionen maßgeblichen Einfluß auf die Kapazitätshöhe haben. Der Unternehmer wird versuchen, die Produktionskapazität des Gesamtbetriebes nach dem in Zukunft möglichen Absatz auszurichten. Diese Kapazitätsanpassung kann nur dadurch erreicht werden, daß einzelne Aggregate investiert bzw. desinvestiert werden. Eine Unterscheidung in Betriebe mit einem oder mehreren Aggregaten erscheint in diesem Stadium der Untersuchung nicht mehr angebracht, da die eine Form in die andere im Laufe des Planungszeitraums durch Investitionsvorgänge überführt werden kann. Die vorzunehmenden Investitionsentscheidungen sind optimal im Rahmen des Gesamtoptimums zu gestalten. Aus isolierten Investitionsbetrachtungen ist keine optimale unternehmerische Politik abzuleiten. Daher müssen die Investitionsvorgänge in die bisherigen Planungsmodelle eingebaut werden. Ihre Einbeziehung in ein Grundmodell wird im ersten Kapitel dieses Teils dargestellt.

Neben den Auswirkungen der Investitionsentscheidungen auf die Unternehmenskapazität treten aber auch Kapazitätsveränderungen durch Größen auf, die der Unternehmer gar nicht oder doch nur indirekt beeinflussen kann. Das sind die Kapazitätsveränderungen, die durch Verschleiß der vorhandenen Anlagen verursacht werden. Das Altern einer Anlage macht sich nicht nur durch erhöhte Fertigungskosten bemerkbar, sondern auch durch laufende Veränderungen der maximalen Leistungsintensität und Periodenleistungszeit. Letztere wird sich meist im Zeitablauf verringern, da das Aggregat erhöhte Reparatur-Ausfallzeiten verursacht. Die abnutzungsbedingten

Kapazitätsvariationen werden getrennt von den Investitionsentscheidungen im zweiten Teil behandelt.

Erst im dritten Teil werden alle Erscheinungen in ein Gesamtmodell aufgenommen, so daß es dann möglich ist, sowohl die Investitions- und Desinvestitionszeitpunkte gesamtbetrieblich optimal zu gestalten, als auch das zu investierende Potentialfaktorvolumen. Hinzuzuziehen sind dann auch die Lagerhaltung und Lagerkapazitätsveränderungen.

3.1 Die Modellbildung unter Berücksichtigung von Kapazitätsveränderungen durch Investitionen

Investitionsentscheidungen sind überwiegend langfristigen Charakters. Das führt dazu, daß auch der durch die Modelle erfaßte Planungszeitraum langfristig sein müßte, wenn Kapazitätsveränderungen innerhalb der Modelle Bedeutung erlangen sollen. Auf der anderen Seite sollten die einzelnen Perioden des Planungszeitraums nicht groß gewählt werden, da die Periodenbetrachtung eine Durchschnittsrechnung je Periode nach sich zieht, die nur bei genügend kurzer Periodendauer als repräsentativ angesehen werden kann. Infolgedessen ist es also notwendig, die Anzahl der Perioden, über die geplant werden soll, zu vermehren. Die Modelle werden deshalb nicht nur durch Vermehrung der Variablen, sondern auch durch erhöhte Periodenanzahl umfangreicher. Um die Variablenanzahl möglichst klein zu halten, ist es praktisch notwendig, vor der optimalen Bestimmung der Investitionsobjekte durch die Modellösung bereits eine Vorauswahl der wahrscheinlich brauchbaren Investitionsobjekte getroffen zu haben.

Die bisher vollkommen vernachlässigten Kapazitätskosten, die als sogenannte fixe Kosten nicht in den ersten Modellen enthalten waren, müssen daraufhin untersucht werden, ob sie sich nicht durch die Investitionsentscheidungen verändern können. Hier ist vor allem das Problem der Bestimmung der anlagefixen Kosten je Periode zu behandeln, das durch die Beschränkung der Modelle auf eine festgesetzte Anzahl von Perioden recht kompliziert wird. Erst nach diesen Erörterungen kann das Gesamtmodell entworfen werden.

31.1 Der Rahmen der Planungsüberlegungen im Investitionsbereich

Während der Planaufstellung weiß der Unternehmer bereits, welche Aggregate ihm in den Planperioden von außerhalb des Betriebes angeboten werden. Es kann sich dabei um eine große Zahl von Produktiveinheiten handeln, die zwar qualitativ gleiche Produkte erstellen, aber sich hinsichtlich der Produktionskosten, der Kapazität und dem Anschaffungspreis stark unterscheiden können. Grundsätzlich können alle angebotenen Aggregate in das Gesamtplanungsmodell mit aufgenommen werden. Bei einer großen Anzahl von Aggregaten ist es jedoch zeitsparender, bereits vor dem Modellaufbau die einzelnen Aggregatgruppen auf ihre voraussichtliche Zulässigkeit im Rahmen der gegebenen Beschränkungen und auf ihren voraussichtlichen Einsatz in der optimalen Lösung zu untersuchen. Gruppen, die bestimmten Kriterien nicht genügen, brauchen dann nicht weiter beachtet zu werden. Bei der Auswahl ist jedoch eine gewisse Vorsicht am Platze. Bleiben nämlich aufgrund der vorherigen Absonderung zu wenig investierbare Anlagen übrig, so führt dieses Vorgehen zu tatsächlich nicht vorhandenen Beschränkungen in dem Augenblick, in dem die Vorauswahlkriterien nicht zwingend eingehalten werden müssen.

Zur Einengung der Zahl der Investitionsobjekte eignen sich die Anschaffungspreise, die Produktionskosten und die Periodenkapazität. Die einfachste Auswahl kann dann getroffen werden, wenn während eines Zeitraums verschiedene Aggregatgruppen angeboten werden, die nur in einem Merkmal differieren. So können die Anschaffungspreise für kosten- und kapazitätsmäßig annähernd gleiche Aggregate von Lieferant zu Lieferant verschieden sein. Es sind dann die teureren Gruppen aus der weiteren Rechnung soweit zu eliminieren, wie sie nicht zu einer unnötigen Beschränkung des optimalen Investitionsvolumens führen. Stehen mehrere Aggregate unterschiedlicher Periodenkapazität zur Verfügung, so wird auf die Aggregate zu verzichten sein, die offensichtlich in Bezug auf die zukünftige Perioden-

nachfrage überdimensioniert sind. Eine Unterdimensionierung kann nicht zur Aussonderung führen, da es möglich ist, entweder mehrere Aggregate zu kaufen, oder den tatsächlichen Absatz darauf einzurichten. Bei gleichem Angebotspreis können auch die Produktionskosten zu einer Vorauswahl herangezogen werden.

Variieren alle Merkmale von Aggregatgruppe zu Aggregatgruppe, dann ist nur sehr schwer eine vorherige Aussonderung möglich, da z.B. ein höherer Preis durch geringere Produktionskosten oder durch eine höhere Periodenkapazität je Aggregat kompensiert werden kann. In solchen Fällen ist es zweckmäßig, alle Aggregatgruppen mit in die weitere Rechnung einzubeziehen. Für den Anschaffungspreis ist jedoch in allen Fällen eine Obergrenze durch die beschränkten Finanzierungsmöglichkeiten gegeben. In diesem Kapitel sind die finanziellen Mittel, die zu Investitionszwecken in jeder Periode bereitgestellt werden, exogen bestimmt. Eine teilweise modellendogene Darstellung wird erst im vierten Kapitel gewählt.

Sekundär können auch die Totalkapazität und die Lebensdauer[1)] einer Anlage als Vorauswahlkriterien Verwendung finden, da durch sie die Höhe der durch die Anlage verursachten Kosten je Periode beeinflußt werden. Durch die Begrenzung der Planung auf eine bestimmte Anzahl von Perioden kann es vorkommen, daß die Lebensdauer einer Anlage über den Planungszeitraum hinausreicht. Dann ist eine Bestimmung der Abschreibungsbeträge je Periode außerhalb des eigentlichen Planungsmodells notwendig, sofern ein Zeitabschreibungsverfahren gewählt wird. Die periodenmäßigen Abschreibungsbeträge sind daher von Modellvariablen unabhängig. Wird entsprechend der Verringerung der Totalkapazität abgeschrieben (variable Abschreibung), so ist zwar zunächst der Abschreibungssatz je genutzter Leistungseinheit exogen festzulegen, die Abschreibungsbeträge je Periode werden jedoch auch durch die Modellvariablen

---

1) Die Lebensdauer ist durch die technischen Eigenschaften eines Aggregates exogen bestimmt. Davon zu unterscheiden ist die Nutzungsdauer, d.h. der Zeitraum, innerhalb dessen das Aggregat im Betriebsprozeß eingesetzt wird. Dieser Zeitraum ist durch die Modellösung optimal zu bestimmen.

bestimmt. Als Auswahlkriterium kann bei dem ersten Abschreibungsverfahren der Abschreibungsbetrag je Periode, bei Ansatz der variablen Abschreibung die Abschreibungsquote je Leistungseinheit dienen. Als einziges Auswahlkriterium angewandt führt die Abschreibungsquote zu richtigen Ergebnissen, wenn sich die Periodenkapazität und die Produktionskosten der zu vergleichenden Anlagen nicht unterscheiden.

Eine Aussonderung von Aggregaten aus dem Desinvestitionskalkül zieht im allgemeinen keine Rechnungserleichterungen nach sich, da investierte Aggregate bereits in den Modellen an anderer Stelle berücksichtigt werden müssen. Sinnvoll ist eine vorherige Elimination aus den Modellen nur dann, wenn die Lebensdauer beendet ist.

Inwieweit die Vorauswahl eine Beschränkung der Investitionsvariablen herbeiführt, kann im generellen Fall nicht gesagt werden. Oft ist es kaum nötig, sich vor der eigentlichen optimalen Investitionsentscheidung darüber Gedanken zu machen. Das angedeutete Verfahren empfiehlt sich nur dann, wenn die Arbeits- und Zeitersparnis bei der Programmierung des Modells und der anschließenden Rechnung größer ist als die für die vorherige Selektion aufgewendete Zeit.

31.2 Der Einfluß der fixen Kosten auf die Gewinnhöhe bei Investitionsentscheidungen

Im vorigen Abschnitt wurde darauf hingewiesen, daß auch "anlagefixe Kosten" als Beurteilungsmaßstab für die Brauchbarkeit der angebotenen Investitionsobjekte dienen können. Unter "anlagefixen Kosten" sind die Kosten zu verstehen, die ein investiertes Aggregat unabhängig von der von ihm erzeugten Leistungsmenge je Periode verursacht bzw. ein investierbares Aggregat unter den gleichen Voraussetzungen verursachen würde. Wenn die Höhe dieser Kostenart aber als Vorauswahlkriterium herangezogen werden kann, so muß der Gewinn aufgrund der damit verbundenen unternehmerischen Dispositionen beeinflußt werden. Da dem größten Teil der fixen Kosten anlagefixe Kosten zu-

grundeliegen, dürfen sie in den Modellen nicht mehr vernachlässigt werden. Die anlagefixen Kosten müssen aus dem gesamten Fixkostenblock abgetrennt und bei der Optimierung berücksichtigt werden. Die fixen Restkosten können nach wie vor außerhalb des eigentlichen Entscheidungsmodells in Ansatz gebracht werden.

Die anlagefixen Kosten bestehen im wesentlichen aus den periodisch anfallenden Kosten der laufenden Instandhaltung, den anteiligen Betriebssteuern, den anteiligen kalkulatorischen Zinsen und Wagnissen und meistens auch aus den Abschreibungen. Allen angeführten Kostenarten liegen Aufwendungen in irgendeiner Periode - oder auch in mehreren Perioden - zugrunde. Die während der gesamten Nutzungsdauer eines Aggregates anfallenden Aufwendungen werden gleichmäßig als Kosten verrechnet. Soweit die entstehenden Aufwendungen nicht produktionsmengenbedingt sind, sind sie für ein bestimmtes Aggregat gegeben und können vom Unternehmer nur dadurch verändert werden, daß er das Aggregat aus dem Betriebsverband entfernt. Sofern als Berechnungsgrundlage die gesamte Lebensdauer einer Anlage dient, gilt das auch für die kalkulatorischen Abschreibungen. Diese erfüllen wegen des Ausschlusses von allmählichen Abnutzungserscheinungen in diesem Abschnitt nur den Zweck, den Anschaffungspreis des Potentialfaktors über die gesamte Lebensdauer gleichmäßig zu verteilen. Es handelt sich hier wohlgemerkt um die Verteilung auf die gesamte Lebensdauer, nicht auf die Nutzungsdauer. Sollen die Anschaffungsausgaben auf die Nutzungsdauer verteilt werden, dann wird die Abschreibungshöhe durch die Modellösung bestimmt. Das ist aber nur in dem Fall möglich, in dem die Nutzungsdauer noch während der Planungsperiode beendet ist. Ist ein Aggregat in der letzten Periode noch am Leistungserstellungsprozeß beteiligt, und soll die Abschreibungshöhe entsprechend der Nutzungsdauer durch die Modellösung optimal bestimmt werden, dann würden alle Anlagen am Ende des Planungszeitraums abgeschrieben sein. Da die Abschreibungen auf die Nutzungsdauer jedoch nicht mehr als anlagefixe Kosten der Periode anzusehen sind, werden sie zusammen mit den abnutzungs-

bedingten Abschreibungen im zweiten Abschnitt ausführlicher behandelt.

Eine Sonderstellung unter den anlagefixen Kosten nehmen die kalkulatorischen Zinsen insofern ein, als sie nicht ohne weiteres aus den Zinsaufwendungen abgeleitet werden können. Sie unterscheiden sich ferner von den je Periode und Aggregat konstanten sonstigen Kosten dadurch, daß ihre Höhe neben dem gewöhnlich durch außerbetriebliche Umstände bestimmten Zinssatz[1)] von dem zu verzinsenden Anlagerestwert abhängig ist. Dieser vermindert sich im Zeitablauf durch die Abschreibungen, so daß die Zinsen vom Anschaffungspreis und von der Abschreibungshöhe bestimmt sind. Entsprechendes gilt für anteilige Betriebssteuern, soweit das Anlagevermögen Besteuerungsgrundlage ist. Sind jedoch die Abschreibungen exogen bestimmt, können auch die davon abhängenden Kosten in das mathematische Modell als Daten übernommen werden. Im anderen Fall kann auch ihre Höhe erst durch die Modellösung ermittelt werden.

Die Anlagewagniskosten sind entsprechend den kalkulatorischen Zinsen zu behandeln. Es können jedoch Zweifel darüber auftauchen, ob sie hier überhaupt angesetzt werden müssen, da vollkommene Information hinsichtlich Katastrophen und damit verbundener Reparaturen sowie hinsichtlich der Lebensdauer der Anlagen vorausgesetzt wird. Dem ist zu entgegnen, daß die optimale Nutzungsdauer der Aggregate nicht vor der Modellösung bekannt ist. Werden daher die Abschreibungen nach der Lebensdauer bemessen, müssen die Anlagewagniskosten die Buchverluste aus vorzeitigem Anlageabgang decken. Als Berechnungsgrundlage für ihre Höhe dient der betriebsbuchhalterische Wert des Anlagevermögens, von dem ein aufgrund der normalen Buchverluste abzüglich der normalen Buchgewinne ermittelter Prozentsatz als kalkulatorisches Anlagewagnis verrechnet wird. Daraus ist zu ersehen, daß die Wagniskosten nicht anders zu behandeln sind als die bereits erwähnten Kosten-

---

1) Wegen der Verrechnung von kalkulatorischen Zinsen hat die Finanzierungsart keinen Einfluß auf den Gewinn.

arten.

Werden sämtliche Abschreibungen je Periode aufgrund der optimalen Nutzungsdauer der Anlagen errechnet, brauchen die kalkulatorischen Wagniskosten nicht mehr angesetzt zu werden.

Wenn die Investitionsentscheidungen aufgrund eines derartigen Kostenansatzes gefällt werden, ergibt sich gegenüber den klassischen Investitionsmethoden unter anderem der Vorteil, daß der dort meist in den Kalkül einbezogene Restbuchwert der alten Anlagen hier nicht als Hemmschuh der Betriebsmodernisierung wirkt.[1)]

Die Ausführungen zeigen, daß die Bezeichnung dieser Kostenarten als "anlagefixe Kosten" nicht länger aufrechterhalten werden kann. Es wird deshalb im folgenden von leistungsunabhängigen Anlage- oder Aggregatkosten gesprochen. Als tatsächlich fix in jeder Periode, in der die Anlage im Unternehmen steht, können nur noch die Instandhaltungskosten bezeichnet werden, die hier von der gegebenen technischen Eigenart und von dem Anschaffungswert abhängig sind. Unter diesen Bedingungen ist je Periode der gleiche Betrag zu verrechnen. Die Abschreibungen nehmen eine Mittelstellung ein. Sie sind zwar auch für jede Periode in konstanter Höhe zu verrechnen, sofern die lineare Abschreibungsmethode gewählt worden ist, der Abschreibungsbetrag je Periode kann aber durch die unternehmerischen Dispositionen dann variiert werden, wenn der Anschaffungswert nicht auf die Lebensdauer, sondern auf die Nutzungsdauer verteilt werden soll. Die anteiligen Betriebssteuern, Wagnisse und kalkulatorischen Zinsen sind in jeder Periode entsprechend dem kalkulatorischen Restwert der Anlagen zu berechnen und verändern sich daher von Periode zu Periode für jede Anlage. Disponibel sind sie jedoch nur indirekt durch die Veränderung der Abschreibungsquote.

---

1) Siehe dazu auch: Jacob, H., Das Ersatzproblem in der Investitionsrechnung und der Einfluß der Restnutzungsdauer alter Anlagen auf die Investitionsrechnung. In ZfhF 1957, S. 131 ff.

31.3 Die Darstellung des Modells

Um die Übersichtlichkeit der Modelle zu gewährleisten, wird im ersten Unterabschnitt das Modell systematisch aus den bereits dargestellten Systemen abgeleitet. Die leistungsmengenunabhängigen Anlagekosten sind nicht disponibel, da die Abschreibungen auf die Lebensdauer der Anlagen bezogen werden. Die gesamten leistungsunabhängigen Anlagekosten sind in eine periodenfixe und eine periodenvariable Gruppe zu trennen. Im zweiten Unterabschnitt werden die besonderen Probleme erfaßt, die durch die Ausrichtung der Abschreibungsdauer nach der Nutzungszeit der Anlagen entstehen.

313.1 Das Modell aufgrund der Abschreibungen nach der Lebensdauer

Als Grundmodell ist das Modell II herangezogen worden. Das Modell I eignet sich nicht dazu, da im voraus nicht bekannt ist, wieviel Aggregate dem Betrieb aufgrund der optimalen Lösung zur Verfügung gestellt werden müssen. Zur Vereinfachung wird hier davon ausgegangen, daß eine Lagerbildung nicht möglich ist. Damit sind auch Lagerkapazitätsveränderungen in diesem Punkt nicht enthalten. Dies bleibt der Gesamtdarstellung unter Kapitel 3.3 vorbehalten. Das Modell II ist entsprechend dem Modell IA umzuformen, wobei allerdings die Anzahl der Aggregate bestehen bleibt. Als weitere Vereinfachung wird unterstellt, daß für jeden Repetierfaktor nur ein Lieferant vorhanden ist. Das derartig formulierte Modell IIA läßt sich ohne weiteres aus den beiden genannten Modellen ableiten, so daß es hier ohne sonstige Erläuterungen dargestellt wird (siehe Gleichungssystem (IIA.1) bis (IIA.7)).

Zielfunktion:

$$(IIA.1)\quad G = \sum_t \Big(p_t \sum_N \sum_L g_t^{N}(d_t^{N,L}) T_t^{N,L} - \sum_J \pi_t^{J} \sum_N \sum_L f_t^{N,J}(d_t^{N,L}) T_t^{N,L} - \sum_S \pi_t^{S} \sum_N b_t^{S,N} \sum_L g_t^{N}(d_t^{N,L}) T_t^{N,L}\Big) \rightarrow \text{Max!}$$

Absatznebenbedingung:

(IIA.2) $\sum_{N}\sum_{L} g_t^{N}(d_t^{N,L})T_t^{N,L} \leq N_t$ für alle t

Nebenbedingungen im Produktionsbereich:

(IIA.3) $T_t^{N,L} \leq TM_t^{N,L}$ für alle t, N, L

(IIA.4) $\sum_{L} T_t^{N,L} \leq T_t^{N}$ für alle t, N

Nebenbedingungen im Beschaffungsbereich:

(IIA.5) $\sum_{N}\sum_{L} f_t^{N,J}(d_t^{N,L})T_t^{N,L} \leq Q_t^{J}$ für alle t, J

(IIA.6) $\sum_{N} b_t^{N,S} \sum_{L} g_t^{N}(d_t^{N,L})T_t^{N,L} \leq Q_t^{S}$ für alle t, S

Nichtnegativitätsbedingung:

(IIA.7) $d_t^{N,L}; T_t^{N,L} \geq 0$ für alle t, N, L

Die Berücksichtigung von Investitionsentscheidungen in diesem Modell setzt die Einführung eines binären Variablenfeldes voraus: Es handelt sich um einen Vektor mit den Elementen v_t^{N}. Das Element ist gleich 1 (0) zu setzen, wenn die Produktiveinheit N im Betrieb in der Periode t (nicht) investiert ist. Der Vektor wird kurz als Produktiveinheits-Investitions-Vektor (PIV) bezeichnet. Mit seinen Elementen sind die leistungsunabhängigen Anlagekosten zu gewichten, um zu verhindern, daß Kosten von Anlagen, die gar nicht im Betrieb aufgestellt sind, den Gewinn mindern. Der o.a. Index N ist hier insofern in seiner Bedeutung zu erweitern, als darunter nicht nur wie bisher die im Betrieb investierten Aggregate zu verstehen sind, sondern auch die in jeder Periode investierbaren Aggregate. Im Unterschied zu dem Index N in den ersten beiden Modellen soll der umfassendere Bereich mit N^{+} bezeichnet werden. Gegenüber dem alten Laufindex würde der Bereich von N^{+} von 1 über n, n+1 bis n^{+} reichen. Die Aggregate 1 bis n sind dabei die am Ende der Vorperiode im Betrieb vorhandenen Aggregate, die Anlagen n+1 bis n^{+} stehen dem Betrieb während der Periode, auf die sich der Index N^{+} bezieht, zur Verfügung. N^{+} ist also grundsätzlich periodenbezogen

und gilt für die Periode, die als Index der mit N^+ und t bezeichneten Variablen aufgeführt ist. So bedeutet $T_t^{N^+}$ die Produktionszeit der Anlage N^+ im Zeitraum t, wobei N^+ sich ebenfalls auf t bezieht.

Zur Ableitung der Zielfunktion ist (IIA.1) um die beiden Kategorien der periodenfixen und -variablen leistungsunabhängigen Aggregatkosten zu erweitern. Für beide Gruppen soll der Anschaffungs- oder Herstellkostenwert H der Produktiveinheit maßgebend sein. Eine Ausnahme bilden die Anlagen, die bereits zu Beginn des Planungszeitraums investiert sind. Für sie ist der Anlagerestwert und die Restlaufzeit maßgeblich. Formell besteht kein Unterschied zu den erst während des Planungszeitraums investierten Anlagen, da bereits vorher investierte Anlagen so behandelt werden können, als ob sie zu Beginn der ersten Periode mit eigens für sie bereitgestellten Mitteln angeschafft worden seien. Anstelle der Anschaffungswerte sind für sie lediglich die Restwerte zu Beginn der ersten Periode anzusetzen und auf die Restlaufzeit zu verteilen. Dieser Restwert wird ebenfalls mit H bezeichnet.

Die periodenfixen leistungsunabhängigen Kosten je Periode werden durch einen bekannten Verrechnungssatz PF von den Anschaffungs- oder Restkosten H des Aggregates N^+ dargestellt, gewichtet mit dem binären Faktor v^{N^+}. Zu ihrer Berechnung ist der Wert H um die Abschreibungen zu verringern, die vom Planungsbeginn bis zur jeweiligen Planungsperiode angefallen sind. Bezogen auf den daraus resultierenden Restwert gibt der feste Prozentsatz PV die je Periode vom Gewinn in Abzug zu bringenden periodenvariablen leistungsunabhängigen Anlagekosten an. Da der Investitionszeitpunkt für die während des Planungszeitraums investierten Anlagen im voraus nicht bekannt ist, ist es nicht möglich, den Anlagerestwert als Datum je Periode in das Modell einzusetzen. Der Restwert einer Anlage N^+ in der Periode t (= $RW_t^{N^+}$) kann jedoch dadurch ermittelt werden, daß vom Anschaffungswert H die periodenmäßigen Abschreibungen unter Gewichtung mit dem Faktor v abzuziehen sind:

$$(III.1)\quad RW_t^{N^+} = H^{N^+} - \sum_{\bar{t}} D_{\bar{t}}^{N^+} v_{\bar{t}}^{N^+}$$

Diese Gleichung bringt zum Ausdruck, daß der Restwert sich nur dann vermindert, wenn die Anlage N^+ tatsächlich im Betrieb steht. Denn die Abschreibungen in der Periode $\bar{t}$ werden nur dann abgesetzt, wenn $v_{\bar{t}}^{N^+} = 1$ ist.[1] Der Restwert ist zu multiplizieren mit dem Prozentsatz PV und dem Faktor $v_t^{N^+}$, um die periodenvariablen leistungsunabhängigen Kosten der Periode t zu erfassen.

Unter Hinzuziehung der periodenfixen Aggregatkosten erhält die Zielfunktion folgende Gestalt:

$$\begin{aligned}(III.2)\quad G = &\sum_t \Big(p_t \sum_{N^+} \sum_L g_t^{N^+}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L} - \\ &- \sum_J \pi_t^J \sum_{N^+} \sum_L f_t^{N^+,J}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L} - \\ &- \sum_S \pi_t^S \sum_{N^+} b_t^{S,N^+} \sum_L g_t^{N^+}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L} - \sum_{N^+} PF_t^{N^+} H_t^{N^+} v_t^{N^+} - \\ &- \sum_{N^+} PV_t^{N^+} (H^{N^+} - \sum_{\bar{t}} D_{\bar{t}}^{N^+} v_{\bar{t}}^{N^+}) v_t^{N^+}\Big) \rightarrow \text{Max!}\end{aligned}$$

Die unter (IIA.2) angegebene Absatznebenbedingung gilt entsprechend für den erweiterten Bereich N^+:

$$(III.3)\quad \sum_{N^+} \sum_L g_t^{N^+}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L} \leq N_t \qquad \text{für alle t}$$

Die einzelnen Produktionszeiten und die summierten Produktionszeiten können nur für die Aggregate positiv sein, die investiert sind. Daher sind die Ungleichungen (IIA.3) und (IIA.4) auf der rechten Seite mit den entsprechenden Elementen des PIV zu multiplizieren, um auch für das dritte Modell Gültigkeit zu erlangen:

$$(III.4)\quad T_t^{N^+,L} \leq TM_t^{N^+,L} v_t^{N^+} \qquad \text{für alle t, } N^+, L$$

$$(III.5)\quad \sum_L T_t^{N^+,L} \leq \tau_t^{N^+} v_t^{N^+} \qquad \text{für alle t, } N^+$$

Die Restriktionen durch den Beschaffungsbereich bleiben für den erweiterten Index N^+ bestehen:

---

1) Die Gleichung setzt voraus, daß jeweils am Ende einer Periode abgeschrieben wird.

$$(III.6)\quad \sum_{N}\sum_{L} f_t^{N^+,J}(d_t^{N^+,L})T_t^{N^+,L} \leq Q_t^J \qquad \text{für alle t, J}$$

$$(III.7)\quad \sum_{N} b_t^{N^+,S} \sum_{L} g_t^{N^+}(d_t^{N^+,L})T_t^{N^+,L} \leq Q_t^S \qquad \text{für alle t, S}$$

Als neuer Restritkionsbereich tritt - wenn auch noch sehr eng begrenzt - der Finanzierungsbereich hinzu. Für die Finanzierung der neu anzuschaffenden Produktiveinheiten steht ein in jeder Periode vorgegebener Betrag F zur Verfügung. Dieser Betrag darf durch die Summe der in einer Periode neu investierten Anlagenwerte nicht überschritten werden. Da wegen der einheitlichen Indizierung der bereits investierten und noch zu investierenden Anlagen nicht bekannt ist, welche Anlagen in einer Periode hinzugekommen sind, ist folgender Weg zu wählen: Ist der Faktor $v_t^{N^+}$ des Aggregates N^+ in der Periode t gleich 1, in der Vorperiode dagegen 0, so ist offenbar diese Produktiveinheit in der Periode t investiert worden. Daher kann diese Differenz als Gewichtungsfaktor der Anschaffungswerte herangezogen weren, um zu verhindern, daß die zur Verfügung gestellte Finanzierungssumme bereits früher investierte Anlagenwerte noch einmal decken müßte. Denn es ist leicht einzusehen, daß der anzusetzende Finanzierungsbetrag dann gleich 0 zu setzen ist, wenn sowohl $v_t^{N^+}$ als auch $v_{t-1}^{N^+}$ den Wert 1 erhalten. Wird das bisher Gesagte in Form von Gleichung

$$(III.8)\quad \sum_{N^+} H_t^{N^+}(v_t^{N^+} - v_{t-1}^{N^+}) \leq F_t$$

gebracht, so kann der Fall eintreten, daß ein Aggregat gerade in der Vorperiode desinvestiert worden ist. $v_{t-1}^{N^+}$ wäre dann gleich 1 und $v_t^{N^+}$ gleich 0 zu setzen. Der zu finanzierende Betrag wäre nach dieser Gleichung negativ. Das würde bedeuten, daß die in der Periode t - 1 durch die Desinvestition des Aggregates N^+ freigewordenen Mittel in der nachfolgenden Periode wieder zur Finanzierung eingesetzt werden. Nun entsprechen aber die freigesetzten Mittel nicht den Anschaffungskosten H, sondern nur dem Restwert; zum anderen wurde hier unterstellt, daß die Finanzierungsbeträge vollständig exogen bestimmt sind. Um daher die Kompatibilität mit den Voraussetzungen zu

erreichen, ist die linke Seite von (III.8) noch einmal mit $v_t^{N^+}$ zu multiplizieren:

(III.9) $\sum_{N^+} H^{N^+}(v_t^{N^+} - v_{t-1}^{N^+})v_t^{N^+} \leq F_t$ [1] für alle t

In den bisher angeführten Nebenbedingungen ist noch nicht zum Ausdruck gekommen, daß alle investierten Aggregate nur eine beschränkte Lebensdauer besitzen, die durch die Nutzungsdauer nicht überschritten werden darf. Die Nutzungsdauer des Aggregates N^+ ist dadurch zu ermitteln, daß die Perioden, für die das zugehörige v^{N^+} den Wert 1 erhält, addiert werden, oder einfach die Faktoren $v_t^{N^+}$ über den gesamten Planungszeitraum summiert werden. Dieser Wert ist der Lebensdauer LD^{N^+} des Aggregates N^+ - ebenfalls in Perioden ausgedrückt - gegenüberzustellen. Die Summe der Binärvariablen v darf LD nicht übersteigen.

(III.10) $\sum_t v_t^{N^+} \leq LD^{N^+}$ für alle N^+

Als weitere Nebenbedingungen sind noch die Nichtnegativitätsbedingung und die Bedingung für v anzusetzen:

(III.11) $T_t^{N^+,L}, d_t^{N^+,L} \geq 0$ für alle t, N^+, L

(III.12) (Aggregat N^+ investiert) $\leftrightarrow (v_t^{N^+} = 1)$

(Aggregat N^+ nicht investiert) $\leftrightarrow (v_t^{N^+} = 0)$

für alle t, N^+

Das Modell weist durch die Multiplikation von zwei Variablen miteinander quadratische Bestandteile auf. Die Lösung ist jedoch weiterhin mit Hilfe von Iterationsmethoden möglich. Sie gibt neben den bereits durch die Lösung des zweiten Modells erhaltenen Optima die optimale Investitionsplanung über den Planungszeitraum an.

313.2 Die Einführung von Abschreibungen nach der Nutzungsdauer

Sollen die Abschreibungen über die Nutzungsdauer verteilt

---

1) Formell entspricht (III.9) der Ungleichung (II.17) auf S. 81 zur Bestimmung der Anlaufkosten.

werden, muß der periodenfixe Teil der leistungsunabhängigen Anlagekosten in eine Gruppe, die von modellendogenen Entscheidungsparametern abhängig ist, und in eine exogen bestimmte Gruppe unterteilt werden. Der exogen bestimmte Teil errechnet sich wie die periodenfixen Kosten des vorigen Modells. Die disponiblen periodenfixen, leistungsunabhängigen Anlagekosten - das sind die Abschreibungen - ergeben sich bei einem hier angenommenen linearen Abschreibungsverfahren durch Division der Anschaffungskosten H durch die Nutzungsdauer des Aggregates. Die Anschaffungskosten sind um den Liquidationserlös zu vermindern. Daher kann zunächst der Abschreibungsbetrag D_t geschrieben werden als:

$$(III.13)\quad D_t^{N^+} = \frac{H^{N^+} - LQ^{N^+}}{\sum_{t'} v_{t'}^{N^+}} \qquad 1)$$

Damit diese Gleichung zu richtigen Ergebnissen führt, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein:

a) Die als Divisor auftretende Summe der PIV-Elemente muß größer als 0 sein; d.h. die Anlage muß auch mindestens in einer Planperiode investiert gewesen sein.

b) Die Aggregate dürfen in der letzten Periode nicht mehr im Betrieb vorhanden sein. Das bedeutet, daß die optimale Nutzungsdauer aller Aggregate in der vorletzten Planperiode beendet sein muß. Andernfalls würden aufgrund von (III.13) alle noch in der letzten Periode produzierenden Anlagen am Ende der letzten Periode unabhängig von ihren optimalen Nutzungsperioden bzw. ihrer tatsächlichen Lebensdauer abgeschrieben sein.

Beide Bedingungen können für den allgemeinen Ansatz nicht aufrechterhalten werden. Daher muß D_t nicht nur gleich 0 gesetzt werden, wenn die Anlage gerade nicht in der Periode t investiert war, sondern auch dann, wenn die Anlage während des gesamten Zeitraums nicht investiert worden ist. Es gilt also die in aussagelogischer Form geschriebene Bedingung (III.14).

---

1) Der Liquidationserlös LQ wird zunächst als bekannt betrachtet. Später wird auf ihn genauer einzugehen sein. Siehe dazu Kapitel 412.1.

$$(III.14)\quad \left(\sum_{t'} v_{t'}^{N^+} = 0\right) \leftrightarrow \left(D_t^{N^+} = 0\right) \qquad \text{für alle } t, N^+$$

Um zu verhindern, daß alle Aggregate am Ende des Planungszeitraums abgeschrieben sind, müssen die Aggregate, die noch in der Periode t^* investiert sind, nach der Lebensdauer abgeschrieben werden. Als Kriterium für die Wahl der Abschreibungsart dient also $v_{t^*}^{N^+}$. Ist für ein Aggregat dieser Wert gleich 1, wird auf die Lebensdauer abgeschrieben, ist er gleich 0, dann wird vorbehaltlich (III.14) auf die optimale Nutzungsdauer abgeschrieben. Als weitere Nebenbedingungen sind also einzuführen:

$$(III.15)\quad \left(\sum_{t'} v_{t'}^{N^+} > 0\right) \wedge \left(v_t^{N^+} = 1\right) \leftrightarrow \left(D_t^{N^+} = \frac{H^{N^+} - LQ^{N^+}}{LD^{N^+}}\right) \quad 1)$$

$$(III.16)\quad \left(\sum_{t'} v_{t'}^{N^+} > 0\right) \wedge \left(v_t^{N^+} = 0\right) \leftrightarrow \left(D_t^{N^+} = \frac{H^{N^+} - LQ^{N^+}}{\sum_{t} v_t^{N^+}}\right)$$

für alle t, N^+

Die Zielfunktion und die sonstigen Nebenbedingungen brauchen gegenüber dem Modell, in denen die Abschreibungen auf die Lebensdauer verteilt werden, nicht geändert zu werden.

Diese Abwandlung des vorigen Modells ist praxisnäher gestaltet als das Grundmodell. Schließlich versucht jeder Unternehmer, die Buchverluste aus Anlageabgängen so gering wie möglich zu halten, d.h. also auf die Nutzungsdauer abzuschreiben. Der annähernd gleiche Effekt läßt sich allerdings auch durch eine degressive Abschreibung auf die Lebensdauer erzielen. Soll das übliche geometrisch-degressive Abschreibungsverfahren, in dem die Abschreibungen auf den Anlagerestwert vorgenommen werden, eingeführt werden, brauchen in (III.2) lediglich PF und PV

---

1) Für die Berechnung des Modells auf elektronischen Datenverarbeitungsanlagen ist nur eine der beiden Bedingungen nötig, da nach der Überprüfung des Wahrheitsgehalts der Voraussetzung für die Implikation eine bedingte Verzweigung erfolgen kann, die für D die beiden unterschiedlichen Werte einsetzt.

umdefiniert zu werden. Aus PF muß der feste Abschreibungsprozentsatz in PV übernommen werden. Dadurch wird der fixe Prozentsatz nicht mehr auf den Anschaffungswert H, sondern auf den Restwert bezogen.

3.2 Die Modellbildung unter Berücksichtigung von Kapazitätsveränderungen durch Abnutzung

Bisher wurde der Zeitablauf allein dazu benutzt, die Anschaffungswerte der Potentialfaktoren auf ihre Lebens- bzw. Nutzungsdauer gleichmäßig zu verteilen. Diese Verteilung wurde aus Kostengründen durchgeführt, um die Anschaffungsperiode nicht stärker als die anderen Perioden, in denen die Anlage investiert war, zu belasten. Der eigentliche Grund der Abschreibung, daß nämlich der Wert der Produktiveinheit im Zeitablauf abnimmt, wurde bisher nicht erwähnt. In diesem Abschnitt ist zunächst den Ursachen nachzugehen, die zu der Wertabnahme führen. Es handelt sich im wesentlichen um die verschiedenen Abnutzungsarten, wie sie unter 32.1 kurz im Hinblick auf die Modellbildung zusammengefaßt sind. Ihre Auswirkungen auf die Zielfunktion werden im zweiten, die Wirkungen auf die Kapazität eines Aggregates im dritten Unterabschnitt dargestellt.

32.1 Die Arten der Abnutzung[1)]

Im Rahmen der Untersuchung ist die Unterteilung in Abnutzungserscheinungen, die von Entscheidungsparametern der Modelle abhängen, und solche, die für den Unternehmer Datum sind, zweckmäßig. Grundsätzlich disponibel sind die Abnutzungen, die dadurch verursacht werden, daß auf dem investierten Aggregat produziert wird. Dieser Verschleiß der Anlagen durch Gebrauch unterliegt der Disposition des Unternehmers. Er kann bei einer bestimmten Produktionsmenge je Periode unter Umständen verschieden hoch sein. Die Ursache ist darin zu sehen, daß die Produktionsmenge je Periode ihrerseits von zwei Variablen abhängig ist: der Leistungszeit und der Leistungsintensität.

---

1) S. u.a.: Gutenberg, E., Abschreibungen. In: HdSW, Bd. I, S. 2o, Göttingen 1956; Wöhe, G., Einführung in die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre,..., a.a.O., S. 56o ff.

Der gebrauchsabhängige Verschleiß könnte demnach in einen leistungszeitabhängigen und einen -intensitätsabhängigen Anteil zerlegt werden. Beide Arten korrelieren jedoch so stark miteinander, daß es nicht angebracht erscheint, sie getrennt zu verrechnen, wie im zweiten Unterabschnitt zu zeigen ist.

Eine weitere Abnutzungsursache ist der sogenannte ruhende Verschleiß. Er tritt bei den Anlagen auch dann ein, wenn sie nicht am Produktionsprozeß beteiligt sind. Hier handelt es sich im wesentlichen um Verwitterung, Alterserscheinungen des Materials usw. Der ruhende Verschleiß ist demnach abhängig vom Zeitablauf. Auf diesen kann der Unternehmer selbstverständlich keinen Einfluß ausüben, es sei denn dadurch, daß er überhaupt nicht investiert.

Neben diesen beiden technisch bedingten Abnutzungsgründen sind noch wirtschaftliche Ursachen zu nennen. Sie konzentrieren sich im wesentlichen darauf, daß ein mengenmäßig bestimmtes Leistungspotential eines Potentialfaktors im Zeitablauf geringer bewertet werden muß. Da der Unternehmer einen Potentialfaktor nicht erworben hat, um Eigentümer darüber zu sein, sondern um das Leistungspotential nutzen zu können, ist im Grunde nicht der Potentialfaktor, sondern sein noch verbliebenes Leistungspotential zu bewerten. Der Grund einer wertmäßigen Abnahme kann darin liegen, daß die von dem Aggregat erbrachte Leistung nicht mehr oder in wesentlich geringeren Mengen nachgefragt wird, d.h. es sind Bedarfsverschiebungen eingetreten, das Aggregat war fehlinvestiert, oder der Ertrag je Leistungseinheit ist durch Preissenkungen ebenfalls geringer geworden.

Schließlich ist es auch möglich, daß infolge technischen Fortschritts die Leistungen im Verhältnis zu den moderneren Aggregaten zu teuer hergestellt werden müssen. In diesem Fall ist der Tageswert des Potentialfaktors [illegible] ...

Alle genannten Abnutzungserscheinungen sind bis auf den Gebrauchsverschleiß nicht von modellendogenen unternehmerischen Entscheidungsparametern abhängig. Da sie

selbst nicht als Variable anzusehen sind, müssen sie als Datum in die Modelle eingehen.

32.2 Die Auswirkungen der Abnutzungen auf die Kosten

Die Auswirkungen der Abnutzungen auf die Kosten kommen in der Zielfunktion in zwei verschiedenen Komponenten zum Ausdruck. Aufgrund der Abnutzungen sind Abschreibungen auf die Anlagewerte vorzunehmen. Außerdem ändern sich die Verbrauchsfunktionen.

322.1 Die Auswirkungen der Abnutzungen auf die Abschreibungen

Die Abschreibungen als Wertmaßstab der Abnutzungen unterscheiden sich nicht von den Abschreibungen als Verteilungsmittel der Anschaffungskosten, sofern die Abnutzungen durch nichtdisponible Erscheinungen verursacht werden. Die bereits in Abschnitt 3.1 entwickelten Modellzusammenhänge gelten für sie ohne Einschränkung weiter. Dagegen müssen für die Abschreibungen aufgrund des Gebrauchsverschleißes neue Prinzipien aufgestellt werden. Diese sogenannten variablen Abschreibungen sind abhängig von der in der Periode produzierten Leistungsmenge des Aggregates. Die Rechnung wird dabei im allgemeinen so durchgeführt, daß der Anschaffungswert der Anlage durch ihr gesamtes Leistungspotential dividiert wird. Der auf eine Leistungseinheit umgerechnete Anschaffungspreis wird mit der Leistungsmenge der Periode multipliziert und als variable Abschreibung in die Zielfunktion aufgenommen. Entsprechend den Abschreibungen auf die Lebensdauer und die Nutzungsdauer ist es auch hier möglich, statt der der Lebensdauer analogen Gesamt-Leistungsfähigkeit des Aggregates das tatsächlich genutzte Leistungspotential als Berechnungsgrundlage heranzuziehen. Der Abschreibungsfaktor je Leistungseinheit (α) ist gegeben durch:

$$(III.17) \quad \bar{\alpha}^{N^+} = \frac{H^{N^+} - LQ^{N^+}}{\sum_{\tau} q_{\tau}^{N^+}}$$

Die Länge des Zeitraums 1 bis τ' ist die Lebensdauer der betreffenden Produktiveinheit. Der Leistungseinheits-Abschreibungsfaktor aufgrund der Totalkapazität ist der unternehmerischen Entscheidung entzogen, da sowohl der Anschaffungswert als auch das Leistungspotential weitgehend dispositionsunabhängig sind. Als Abschreibungsbetrag je Periode ergibt sich:

$$(III.18)\quad D_t^{N^+} = \bar{\alpha}^{N^+} q_t^{N^+} = \bar{\alpha}^{N^+} \sum_L g_t^{N^+}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L} \quad \text{für alle } t$$

Nicht bekannt ist das genutzte Leistungspotential. Statt der während der Lebensdauer der Anlagen möglichen Leistungsmenge muß als Divisor in (III.17) die Summe der während des Planungszeitraums von dem Aggregat abgegebenen Leistungsmenge eingesetzt werden, um den Abschreibungsfaktor aufgrund der abgegebenen Leistungen errechnen zu können.

$$(III.19)\quad \alpha^{N^+} = \frac{H^{N^+} - LQ^{N^+}}{\sum_t q_t^{N^+}}$$

Der sich daraus ergebende Abschreibungsbetrag je Periode ist durch (III.2o) dargestellt. LQ wird dabei vernachlässigt.

$$(III.2o)\quad D^{N^+} = \frac{H^{N^+} \sum_L g_t^{N^+}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L}}{\sum_{t'} \sum_L g_{t'}^{N^+}(d_{t'}^{N^+,L}) T_{t'}^{N^+,L}} \quad \text{für alle } t$$

Analog zu den für (III.13) geltenden Bedingungen ist hier anzuführen:

a) Das Aggregat muß tatsächlich während des Planungszeitraums mindestens eine Leistungseinheit abgegeben haben. Sonst ist der Abschreibungsbetrag je Periode gleich O zu setzen.
b) Zu Beginn der letzten Periode müssen alle Aggregate spätestens ihre optimale Nutzungsdauer überschritten haben. Sonst muß auf das gesamte Leistungspotential abgeschrieben werden.

Für die Abschreibungshöhe je Periode gilt daher analog zu (III.14) bis (III.17):

$$(III.21)\quad \Big(\sum_{t'}\sum_{L} g_{t'}^{N^+}(d_{t'}^{N^+},L)T_{t'}^{N^+},L > 0\Big) \wedge \Big(\sum_{L} g_{t^*}^{N^+}(d_{t^*}^{N^+},L)T_{t^*}^{N^+},L > 0\Big) \leftrightarrow \Big(D_t^{N^+} = \bar{\alpha}^{N^+}\sum_{L} g_t^{N^+}(d_t^{N^+},L)T_t^{N^+},L\Big) \quad \text{für alle } t$$

$$(III.22)\quad \Big(\sum_{t'}\sum_{L} g_{t'}^{N^+}(d_{t'}^{N^+},L)T_{t'}^{N^+},L > 0\Big) \wedge \Big(\sum_{L} g_{t^*}^{N^+}(d_{t^*}^{N^+},L)T_{t^*}^{N^+},L = 0\Big) \leftrightarrow \Big(D_t^{N^+} = \frac{H^{N^+}\sum_{L} g_t^{N^+}(d_t^{N^+},L)T_t^{N^+},L}{\sum_{t'}\sum_{L} g_{t'}^{N^+}(d_{t'}^{N^+},L)T_{t'}^{N^+},L}\Big) \quad \text{für alle } t$$

$$(III.23)\quad \Big(\sum_{t'}\sum_{L} g_{t'}^{N^+}(d_{t'}^{N^+},L)T_{t'}^{N^+},L = 0\Big) \leftrightarrow \Big(D_t^{N^+} = 0\Big) \quad \text{für alle } t$$

Es ist bereits erwähnt worden, daß keine eindeutigen Beziehungen zwischen der Potentialfaktorabnutzung und der Leistungsmenge je Periode zu bestehen brauchen, da eine bestimmte Leistungsmenge durch verschiedene Kombinationsmöglichkeiten zwischen Leistungszeit und -intensität erzeugt werden kann.[1] Die verschiedenen Abnutzungsgeschwindigkeiten bei unterschiedlichen Leistungsgraden müssen hier berücksichtigt werden, da in den Modellen während der einzelnen Perioden durchaus mehrere Produktionsgeschwindigkeiten realisiert werden können. Die Trennung in einen leistungszeit- und einen -intensitätsabhängigen Abnutzungsfaktor erscheint jedoch nicht angebracht, da bereits in der Dimension der Leistungsintensität der Zeitbegriff enthalten ist. Es können zwei allgemeine Abhängigkeitsbeziehungen zwischen der Abnutzung je Periode einerseits und der Leistungszeit und -intensität andererseits bestehen, wobei hier vorausgesetzt wird, daß ein Zusammenhang zwischen der Leistungsintensität und dem Abnutzungsfaktor ε in Form der Gleichung (III.24) besteht.

$$(III.24)\quad \varepsilon_t^{N^+},L = f_t^{N^+},\varepsilon(d_t^{N^+},L)T_t^{N^+},L$$

a) Der Abnutzungsfaktor kann unabhängig sein von der Zeitdauer, innerhalb der mit der Leistung d^L produziert

---

1) Siehe dazu Abbildung 2 auf S. 59. Im vierten Quadranten sind dort die Zusammenhänge zwischen Leistungszeit und -intensität abgebildet.

wird. Das bedeutet, daß die Abnutzung für jede Intensitäts-Zeiteinheit und damit auch für jede Leistungseinheit, die mit der Intensität d^L gefertigt wird, konstant ist. Die Gesamtabnutzung während der Leistungszeit T^L ergibt sich durch Multiplikation von (III.24) mit der Leistungszeit:

$$(III.25) \quad E_t^{N^+,L} = f_t^{N^+,\varepsilon}(d_t^{N^+,L})T_t^{N^+,L}$$

Entspricht T^L der Leistungszeit in einer Periode, dann ist dadurch auch die Gesamtabnutzung je Periode dargestellt.

In dem Fall, daß nur diskrete Leistungsgradvariationen auf den einzelnen Aggregaten zugelassen sind, werden während einer Periode oft zwei Leistungsgrade verwirklicht werden müssen, um eine bestimmte Leistungsmenge herstellen zu können.[1] Der Gesamtabnutzungseffekt je Periode errechnet sich dann aus der Summation der unterschiedlichen Abnutzungen während der einzelnen realisierten Produktionsgeschwindigkeiten:

$$(III.26) \quad E_t^{N^+} = \sum_L f_t^{N^+,\varepsilon}(d_t^{N^+,L})T_t^{N^+,L}$$

b) Der Abnutzungsfaktor ist umso größer, je länger ein bestimmter Intensitätsgrad aufrechterhalten wird. Daneben ist auch noch die Leistungsintensität maßgeblich. Die Gesamtabnutzung während der Leistungszeit T^L kann daher nicht mehr durch (III.24) beschrieben werden, sondern nur durch:

$$(III.27) \quad E_t^{N^+,L} = f_t^{N^+,\varepsilon}(d_t^{N^+,L};T_t^{N^+,L})$$

Für die Periodenabnutzung gilt dann:

---

1) Es sollen z.B. auf einem Aggregat in der Periode 28o Leistungseinheiten hergestellt werden. Die maximale Nutzungszeit beträgt 1oo Stunden, die Produktionsgeschwindigkeit wahlweise 2, 3 oder 4 Leistungseinheiten je Fertigungsstunde. Optimal ist die Produktionsgeschwindigkeit von 2 Einheiten je Stunde. Um die geforderte Leistungsmenge produzieren zu können, muß das Aggregat 2o Stunden mit der Produktionsgeschwindigkeit 2 und 8o Stunden mit der Produktionsgeschwindigkeit 3 laufen.

$$(III.28)\quad E_t^{N^+} = \sum_L f_t^{N^+,\varepsilon}(d_t^{N^+,L}; T_t^{N^+,L})$$

Aus den Ausführungen über die variablen Abschreibungen geht hervor, daß sie in zwei Formen in der Zielfunktion enthalten sein können. Sind die Abnutzungen allein leistungsmengenabhängig, wie es z.B. Albach in einer Untersuchung unterstellt,[1] so können die daraus resultierenden Abschreibungen in der Zielfunktion unter die mengenabhängigen Faktorkosten der Produktionsfaktorgruppe S subsumiert werden. Anstelle des Produktionskoeffizienten b und des Faktorpreises ist hier der Leistungseinheits-Abschreibungsfaktor einzusetzen. Sind die Abnutzungen dagegen mengen- und zeitabhängig gemäß dem Fall a), so entspricht die Funktion der variablen Abschreibungen den Verbrauchsfunktionen der Faktorgruppe J. Die Abschreibungen sind daher wie diese zu behandeln. Der Fall b) entspricht dem allgemeinen Fall der Abhängigkeit, wie er auch zwischen der Leistungsmenge und der Leistungsintensität und -zeit auftreten kann.[2]

Für die restwertabhängigen Aggregatkosten gilt unter Zugrundelegung der mengenabhängigen Abschreibungen:

$$(III.29)\quad \sum_{N^+} PV_t^{N^+}(H^{N^+} - \sum_{\bar{t}} \alpha_{\bar{t}}^{N^+} \sum_L g_{\bar{t}}^{N^+} \cdot (d_{\bar{t}}^{N^+,L}) T_{\bar{t}}^{N^+,L} v_{\bar{t}}^{N^+}) v_t^{N^+}$$

oder unter Zugrundelegung der leistungsintensitäts- und -zeitabhängigen Abschreibungen:

$$(III.3o)\quad \sum_{N^+} PV_t^{N^+}(H^{N^+} - \sum_{\bar{t}} \alpha_{\bar{t}}^{N^+} \sum_L f_{\bar{t}}^{N^+,\varepsilon}(d_{\bar{t}}^{N^+,L}) T_{\bar{t}}^{N^+,L} v_{\bar{t}}^{N^+}) v_t^{N^+}$$

322.2 Die Auswirkungen der Abnutzungen auf die Verbrauchsfunktionen

Bisher wurde die numerische Bestimmung der Verbrauchsfunktionen eines Aggregates in den einzelnen Perioden außerhalb des eigentlichen Modells durchgeführt. Dieses Verfahren

---

1) Albach, H., Zur Verbindung von Investitions- und Produktionstheorie, S. 29o. In: Zur Theorie der Unternehmung, Festschrift zum 65. Geburtstag von Erich Gutenberg, Wiesbaden 1962.

2) Vgl. Anm. 2 auf S. 46.

kann nur dann beibehalten werden, wenn die Abnutzungserscheinungen auf Ursachen beruhen, die dem unternehmerischen Entscheidungsbereich entzogen sind, wie z.B. die wirtschaftlichen oder zeitlichen Abnutzungsarten, und wenn der Investitionszeitpunkt vorher bekannt ist. Werden die Abschreibungen dagegen durch die Dispositionen mitbestimmt, so können sie optimal gestaltet werden und sind damit selbst Variable, wie im vorigen Abschnitt aufgezeigt worden ist. Andererseits können aber nun nicht mehr die Verbrauchsfunktionen für die unterschiedlichen Perioden außerhalb des Modellansatzes bestimmt werden. Vielmehr müssen sie aus der Verbrauchsfunktion, die zum Zeitpunkt der Investition des Aggregates oder zu Beginn des Planungszeitraums gültig war, abgeleitet werden. Dazu dient die Periodenabnutzung E. Sie ist mit einer Aquivalenzziffer η zu gewichten, die für jedes Aggregat und für jeden Faktor angibt, um wieviel sich der Verbrauch ändert, wenn eine bestimmte Leistungsmenge produziert wird. Wächst z.B. der Verbrauch eines Produktionsfaktors durch ein Aggregat, nachdem von diesem 1o Leistungseinheiten abgegeben sind, gegenüber dem Verbrauch des Aggregates vor der Produktion dieser Leistungsmenge um ein Tausendstel, so ist $\eta = 0{,}0001$. Es ist im allgemeinen vertretbar, eine Konstanz dieser Äquivalenzziffer zu unterstellen, d.h. der Abnutzungseffekt ist der gleiche, ohne Unterschied, ob überhaupt keine Leistungseinheit oder bereits 1.ooo Leistungseinheiten abgegeben sind. Eine Verbrauchsfunktion läßt sich also aus der Verbrauchsfunktion der Vorperiode dadurch ableiten, daß diese um den Wert $E \cdot \eta$ erhöht wird:

$$(III.31) \quad f_{t+1}^{N^+,J}(d) = (1 + E_t^{N^+} \eta^{N^+,J}) f_t^{N^+}(d)$$

bzw. unter Hinzuziehung von Gleichung (III.26):

$$(III.32) \quad f_{t+1}^{N^+,J}(d) = (1 + \eta_t^{N^+,J} \sum_L f_t^{N^+,\varepsilon}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L}) f_t^{N^+,J}(d)$$

Die Verbrauchsfunktion der nächsten Periode ist analog zu (III.32) herzuleiten. Durch Einsetzen von (III.32) anstelle von f_t ergibt sich die Darstellung der Verbrauchsfunktion der t+2-ten Periode aus der t-ten Periode:

$$(III.33)\quad f_{t+2}^{N^+,J}(d) = (1 + \eta^{N^+,J} \sum_L f_{t+1}^{N^+,J}(d_{t+1}^{N^+,L}) T_{t+1}^{N^+,L}) \cdot$$
$$\cdot (1 + \eta^{N^+,J} \sum_L f_t^{N^+,J}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L}) f_t^{N^+,J}(d)$$

Der um 1 erhöhte Mehrverbrauch in jeder neuen Periode kann als eine Art Aufzinsungsfaktor angesehen werden, der allerdings in jeder Periode unterschiedlich ist. Allgemein gilt für die t+τ-te Periode:

$$(III.34)\quad f_{t+\tau}^{N^+,J}(d) = \prod_{\tau''} (1 + \eta_{t+\tau''}^{N^+,J} \sum_L f_{t+\tau''}^{N^+,J}(d_{t+\tau''}^{N^+,L}) T_{t+\tau''}^{N^+,L}) f_t^{N^+,J}(d)$$

Diese Formel muß in die Zielfunktion eingebaut werden. Dabei ist noch eine weitere Schwierigkeit zu überwinden, die darin besteht, daß der Investitionszeitpunkt im voraus nicht bekannt ist. Werden alle Verbrauchsfunktionen von dem Zeitraum ab, von dem das zugehörige Aggregat investiert werden kann, als Modellgrößen eingesetzt, so ist der tatsächliche Investitionszeitpunkt für den weiteren Modellaufbau uninteressant. Denn der Abnutzungseffekt wird in jedem Fall gleich 0, wenn das Aggregat keine Leistungen abzugeben braucht. Ebenso ist der gesamte, durch die Verbrauchsfunktion gegebene Kostenwert gleich 0 zu setzen, da durch die Nebenbedingung (III.5) die Nutzungszeit 0 ist. Nur die mögliche Investitionsperiode ist als Index der Anfangs-Verbrauchsfunktion wichtig. Sie wird hier mit ti bezeichnet, um Verwecheslungen mit dem laufenden Index t auszuschließen. Unter Einbeziehung von (III.3o) für die Abschreibungen erhält die Zielfunktion daher folgendes Aussehen:

$$(III.35)\quad G = \sum_t (p_t \sum_{N^+} \sum_L g_t^{N^+,L}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L} - \sum_J \pi_t^J \sum_{N^+} \sum_L \prod_{t''} (1 +$$
$$+ \eta^{N^+,J} \sum_L f_{t'}^{N^+,J}(d_{t''}^{N^+,L}) T_{t''}^{N^+,L}) f_{ti}^{N^+,J}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L} -$$
$$- \sum_S \pi_t^S \sum_{N^+} b_t^{N^+,S} \sum_L g_t^{N^+,S}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L} -$$
$$- \sum_{N^+} PF_t^{N^+} H^{N^+} v_t^{N^+} - \sum_{N^+} PV_t^{N^+}(H^{N^+} -$$
$$- \sum_{\bar{t}} \alpha_{\bar{t}}^{N^+} \sum_L f_{\bar{t}}^{N^+,\varepsilon}(d_{\bar{t}}^{N^+,L}) T_{\bar{t}}^{N^+,L} v_{\bar{t}}^{N^+}) v_t^{N^+}) \rightarrow \text{Max!}$$

Sie weist folgende Beziehungen auf: Vom Gewinn je Periode, der sich aus den produzierten und abgesetzten Leistungseinheiten multipliziert mit dem Periodenpreis errechnet, wird der bewertete Verbrauch der Faktorgruppen J und S und der aggregat-fixe und -variable Kostenanteil abgezogen. Der Verbrauch der Faktorgruppe J wird aufgrund der Abnutzung umso höher, je länger das Aggregat im Betrieb steht.

Diese Art der Betrachtung birgt eine große Gefahr in sich, durch die das errechnete Optimum vom tatsächlichen stärker abweichen kann. Die jeweils für eine Periode geltende Verbrauchsfunktion ist in der Zielfunktion nur durch die Abnutzungen aus der Produktion der Vorperioden und der Anfangs-Verbrauchsfunktion errechnet. Das Verfahren kann dazu führen, daß der Unternehmer möglichst viel in der ersten Periode produziert, da er ja dort scheinbar mit den geringsten Kosten arbeitet. Tatsächlich ändert sich die Verbrauchsfunktion jedoch nicht abrupt von Periode zu Periode, sondern kontinuierlich mit der Leistungsabgabe, so daß selbst die während einer Periode hergestellten Produkte einen unterschiedlichen Faktorverbrauch aufweisen. Eine Möglichkeit, diese Fehlerquelle einzudämmen, besteht darin, eine Durchschnitts-Verbrauchsfunktion einzusetzen, indem in (III.34) z.B. noch die Hälfte der Produktion der $t+\tau$-ten Periode hinzugezogen wird. Damit ist aber nicht der Kern der Fehlerquelle beseitigt. Er liegt vielmehr in der Periodenbetrachtung. Das angewendete Verfahren kann nur dann zu einem optimalen Ergebnis führen, wenn die Perioden klein genug gewählt worden sind. Je kleiner die Periode gewählt wird, desto mehr Perioden müssen aber in das Modell mit Investitionsplanung aufgenommen werden, um während eines genügend langen Zeitraums planen zu können. Dadurch wächst die Zahl der Variablen jedoch so stark, daß Wirtschaftlichkeitsüberlegungen schließlich doch nicht sehr viel Perioden zulassen. Als Ausweg bietet sich an, die Planung in zwei Teilen durchzuführen; zunächst wird eine Grobplanung mit längeren Perioden zur optimalen Investitionsplanung erstellt und erst danach eine Feinplanung aufgrund der Ergebnisse der Grobplanung zur Produktions-, Lager-

und Beschaffungsplanung.

Der Verbrauch der Faktorgruppe S wurde als nicht altersabhängig unterstellt. Dem liegt die Annahme zugrunde, daß der Produktionskoeffizient im Zeitablauf konstant bleibt und für jede Produkteinheit in jedem Alter des Aggregates die gleiche technisch-physikalische Leistung während des gleichen Zeitraums benötigt wird. Wird die letzte Unterstellung fallengelassen, so kann entsprechend den Verbrauchsfunktionen die Beziehung der Produktionsmenge zu der technisch-physikalischen Leistung und der Leistungszeit einer bestimmten Periode aus den in dem Investitionszeitpunkt gültigen Zusammenhang zwischen den Größen abgeleitet werden.

Es wurde am Anfang dieses Abschnittes erwähnt, daß die Verbrauchsfunktionen für die einzelnen Perioden auch bei einer Abnutzungsart, die der unternehmerischen Disposition entzogen ist, aus den Anfangs-Verbrauchsfunktionen innerhalb des Modells hergeleitet werden müssen, wenn der Investitionszeitpunkt nicht bekannt ist. Wird nämlich die Verbrauchsfunktion eines Aggregates zum möglichen Investitionszeitpunkt in das Modell aufgenommen, so ist sie in der nächsten Periode bereits mit dem um 1 vermehrten konstanten Abnutzungsfaktor "aufzuzinsen". Ist es aber möglich, die Anlage auch in einer späteren Periode als der frühestmöglichen Investitionsperiode zu investieren, so gilt für die erst später beschaffte Anlage nicht die "aufgezinste" Verbrauchsfunktion, sondern die Anfangs-Verbrauchsfunktion. Es muß also verhindert werden, daß die Abnutzung der Anlage bereits zu einer Zeit im Modell verrechnet wird, während der das Aggregat noch gar nicht investiert ist und damit tatsächlich keiner Abnutzung unterliegt. Das kann dadurch erreicht werden, daß die Periodenabnutzung mit dem PIV gewichtet wird. Der Abnutzungseffekt ist dann solange nicht vorhanden, wie das Aggregat nicht im Betrieb steht, d.h. solange also das zugehörige PIV-Element 0 ist. Für jeden Produktionsfaktor der Gruppe J gilt natürlich wieder ein besonderer Abnutzungsfaktor η, der mit der konstanten Periodenabnutzung E

eines Aggregates zu multiplizieren ist. In Verbindung mit (III.31) ergibt sich daher die Verbrauchsfunktion der folgenden Periode aus der Verbrauchsfunktion der Vorperiode:

$$(III.37)\quad f^{N^+,J}_{t+1}(d) = (1 + \bar{E}^{N^+}\eta^{N^+,J}v^{N^+}_{t})f^{N^+,J}_{t}(d)$$

Allgemein gilt für die aus der Anfangs-Verbrauchsfunktion entwickelte Verbrauchsfunktion der $t+\tau$-ten Periode:

$$(III.38)\quad f^{N^+,J}_{t+\tau}(d) = \prod_{\tau''}(1 + \bar{E}^{N^+}\eta^{N^+,J}v^{N^+}_{\tau''})f^{N^+,J}_{t}(d)$$

Sind in dieser Gleichung sowohl die Gesamtabnutzung je Periode als auch der Abnutzungsfaktor über den tatsächlichen Investitionszeitraum konstant, so nimmt der Periodenverbrauch gegenüber dem Anfangsverbrauch exponentiell zu. Allerdings muß die Zunahme nicht sehr groß sein. Beträgt z.B. $\bar{E}$ für ein bestimmtes Aggregat durchgehend 1o% vom Anfangszustand des Aggregates - die Lebensdauer dieses Aggregates ist dann mit 1o Perioden angesetzt - und ist η = o,2 für einen bestimmten Produktionsfaktor, so würde nach völliger Ausnutzung der Lebensdauer der Anlage - also nach 1o Perioden - der Verbrauch dieses Produktionsfaktors gegenüber dem Anfangsverbrauch um knapp 22% gestiegen sein.

32.3 Die Produktions-Kapazitätsveränderungen durch die Abnutzungen

Die maximale Kapazität ist bereits im ersten Teil der Untersuchung als maximale Ausbringungsmenge je Periode definiert worden. In den Modellen ist die Bestimmung der maximalen Leistungsmenge möglich aus der maximalen Leistungszeit und -intensität je Periode. Sollen daher die Kapazitätsänderungen der Aggregate im Zeitablauf dargestellt werden, so muß auf diese beiden elementaren Kapazitätsbestimmungsgrößen zurückgegriffen und deren Verhalten in Bezug auf Abnutzungserscheinungen untersucht werden. Die im Zeitablauf allmählich stattfindende Abnahme der maximalen Leistungszeit und -intensität kann schließlich dazu führen, daß die Anlage von einer bestimmten Periode ab überhaupt nicht mehr in der Lage ist

zu produzieren. Es ist auch hier nicht mehr möglich, die maximale Leistungszeit und -intensität außerhalb des Modells zu bestimmen. Sie müssen ebenso wie die Verbrauchsfunktionen aus den zum Investitions-Zeitpunkt angegebenen Anfangswerten abgeleitet werden. Die unterschiedlichen Wirkungen des ruhenden Verschleißes und der produktionsbedingten Abnutzung auf Leistungszeit und -intensität werden getrennt untersucht.

323.1 Der ruhende Verschleiß als Einflußgröße der maximalen Produktionskapazität je Periode

Im Gegensatz zu den Werten der Verbrauchsfunktionen fällt allgemein die Kapazität im Zeitablauf. Es wird unterstellt, daß sowohl die maximale Leistungszeit als auch die maximale Leistungsintensität durch den ruhenden Verschleiß linear abnehmen.[1] Der Leistungsintensitäts-Abnahmefaktor je Periode ist $\bar{E}\eta^{d}$, der Leistungszeit-Abnahmefaktor $\bar{E}\eta^{T}$. $\bar{E}$ stellt die allgemeine Abnutzung durch ruhenden Verschleiß je Periode dar. Wird sie z.B. an der Abnahme der maximalen Intensität je Periode orientiert, so ist η^{d} dann natürlich 1, während η^{T} durchaus einen anderen Wert annehmen kann. An welcher Größe die Periodenabnutzung im Einzelfall gemessen wird, ist allgemein nicht zu sagen. Sie könnte auch aufgrund der Abnahme der maximalen Leistungszeit multipliziert mit der maximalen Leistungsintensität - also der maximalen Leistungsmenge je Periode - als Prozentsatz der am Anfang der Periode möglichen Produktionsmenge gemessen werden: (III.39)

$$\bar{E}^{N^+} = \frac{g^{N^+}(d_t^{Max})TM_t^{N^+} - g^{N^+}(d_{t+1}^{Max})TM_{t+1}^{N^+}}{g^{N^+}(d_t^{Max})TM_t^{N^+}} \cdot 1oo \qquad 2)$$

Die maximale Leistungsintensität der Periode 2 verringert sich gegenüber der der Periode 1 um $(1 - \bar{E}\eta^{d})$ und die

---

1) Siehe auch: Albach, H., Zur Verbindung von Produktions- und Investitionstheorie. In: Zur Theorie der Unternehmung, S. 187. Festschrift zum 65. Geburtstag von Erich Gutenberg. Wiesbaden 1962.

2) Im Gegensatz zur theoretischen Bestimmung von E gemäß Gleichung (III.25) handelt es sich bei dieser Formel um die Berechenbarkeit und die Darstellung der Abnutzung.

maximale Leistungszeit um $(1 - \bar{E}\eta^{T})$. Bei linearer Abnahme ergeben sich für die maximale Leistungszeit und die maximale Leistungsintensität einer beliebigen Periode t in Abhängigkeit der Anfangsperiode unter Berücksichtigung von den für (III.37) geltenden Bedingungen für Neuinvestitionen:

$$(III.4o)\quad d_t^{N^+,Max} = d_{ti}^{N^+,Max}(1 - \sum_{t''} \bar{E}^{N^+} \eta^{N^+,d_{v_{t''}}^{N^+}})$$

$$(III.41)\quad TM_t^{N^+} = TM_{ti}^{N^+}(1 - \sum_{t''} \bar{E}^{N^+} \eta^{N^+,T_{v_{t''}}^{N}})$$

Daraus läßt sich die maximale Leistungsmenge einer Periode darstellen:

$$(III.42)\quad q_t^{Max} = \sum_{N^+}(g^{N^+}(d_{ti}^{N^+,Max}(1 - \sum_{t''} \bar{E}^{N^+} \eta^{N^+,d_{v_{t''}}^{N^+}})) \cdot TM_{ti}^{N^+}(1 - \sum_{t''} E^{N^+} \eta^{N^+,T_{v_{t''}}^{N^+}})$$

Sofern für jede im Betrieb installierte Anlage noch kein Verschleiß eingetreten ist, stimmt (III.42) mit der gewöhnlichen statischen Gleichung zur Bestimmung der maximalen Produktionsmenge je Periode analog zu (I.31) überein.

Ein etwas anderes Ergebnis erhält Albach.[1] Wird die dort unter (45) erwähnte Gleichung herangezogen, um die gesamte betriebliche Kapazität aller N^+ Aggregate in einem bestimmten Zeitraum aus der Anfangskapazität aller Anlagen zu ihren Investitionszeitpunkten zu errechnen, ergibt sich in der hier verwendeten Symbolik:

$$(III.43)\quad q_t^{Max} = \sum_{N^+} g^{N^+}(d_{ti}^{N^+,Max}) TM_{ti}^{N^+}(1 - \sum_{t''} \bar{E}^{N^+} \eta_{t''}^{N^+,q})$$

Der Abnutzungsfaktor η^{q} dient zur Umrechnung der Periodenabnutzung $\bar{E}$ zur Feststellung der Abnahme der maximalen Produktionsmenge. Zwar entspricht Albachs "noch vorhandenes Leistungspotential" p_t nicht unbedingt dem hier aufgeführten q_t^{Max}. Da es aber nach Albach aufgrund der Nebenbedingung (46) möglich ist, daß das gesamte noch vorhandene Leistungspotential eines Aggregates in einer Periode aufgebraucht werden kann, ist eine Gleichsetzung

---

1) Albach, H., a.a.O., S.187 ff.

zulässig. Der Unterschied zu (III.42) und (III.43) wird - abgesehen von den PIV-Elementen - dadurch hervorgerufen, daß hier eine getrennte Auswirkung des Zeitverschleißes auf die maximale Leistungszeit und -intensität unterstellt wird, während bei Albach ein globaler Effekt auf die Produktmenge vermutet wird.

323.2 Der verbrauchsbedingte Verschleiß als Einflußgröße der maximalen Produktionskapazität je Periode

Soll der verbrauchsbedingte Verschleiß einer Anlage festgestellt werden, so ist die Periodenabnutzung nicht mehr als unabhängige Konstante anzusehen, wie bereits gezeigt worden ist. Sie ist sowohl von der Leistungszeit als auch von der realisierten Leistungsintensität abhängig.[1)] Bei getrennter Betrachtung der Wirkung der Verbrauchsabnutzung auf diese beiden Kapazitätskomponenten sind ebenfalls die Gleichungen (III.4o) und (III.41) maßgebend. Anstelle des konstanten $\bar{E}$ ist jedoch (III.26) - bzw. im allgemeinsten, hier nicht weiter untersuchten Fall (III.27) - einzusetzen. Das PIV-Element v kann zur Ermittlung der variablen Abnutzungshöhe vernachlässigt werden, da bei Nichtinanspruchnahme des Aggregates der Abnutzungseffekt gleich 0 ist. Daher ergeben sich für die maximale Leistungszeit und -intensität:

$$(III.44)\quad d_t^{N^+,Max} = d_{ti}^{N^+,Max}\left(1 - \eta^{N^+,d\sum_{t''}\sum_{L} f_{t'}^{N^+},\varepsilon\left(d_{t'}^{N^+},L\right)T_{t'}^{N^+},L}\right)$$

$$(III.45)\quad TM_t^{N^+} = TM_{ti}^{N^+}\left(1 - \eta^{N^+,T\sum_{t''}\sum_{L} f_{t'}^{N^+},\varepsilon\left(d_{t'}^{N^+},L\right)T_{t''}^{N^+},L}\right)$$

Aus den beiden Gleichungen kann ersehen werden, daß die Lebensdauer einer Anlage dann beendet ist, wenn die über diesen Zeitraum summierten Abnutzungen - multipliziert mit dem Abnutzungsfaktor η^d oder η^T gleich 1 sind. Da die Kapazität sowohl durch die maximale Leistungszeit als auch durch die maximale Leistungsintensität bestimmt ist, ist es unwichtig, ob beide Größen gleichzeitig oder die eine vor der anderen den Wert 0 erreicht. Eine darüber hinausgehende Analyse, was mit der Größe geschieht,

---

1) Siehe (III.28) auf Seite 1o4.

die noch nicht 0 geworden ist, ist unsinnig. Die Lebensdauer braucht nicht mehr als Nebenbedingung in das Modellsystem aufgenommen zu werden, da sie bereits in der Nichtnegativitätsbedingung für d und T impliziert ist: Die Lebensdauer der Aggregate beschränkt sich auf die Perioden, in denen beide Werte positiv sind.

Analog zu (III.42) ist die maximale Gesamt-Produktionsmenge während einer Periode durch (III.46) dargestellt und die maximale Produktionsmenge während der Lebenszeit einer Anlage (= QM^{N^+}) durch (III.47). Die in dieser Gleichung genannte Periode kann erst durch die Auflösung dieser Gleichung unter Zugrundelegung der Nebenbedingung (III.48) und der durch das Optimierungssystem ermittelten Periodenwerte von Leistungszeit und -intensität ausgerechnet werden, braucht also vorher nicht gegeben zu sein.

$$(III.46)\quad q_t^{Max} = \sum_{N^+}(g^{N^+}(d_{ti}^{N^+,Max}(1 - \eta^{N^+,d}\sum_{t''}\sum_{L} f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+,L}) \cdot \cdot T_{t''}^{N^+,L})) \cdot TM_{ti}^{N^+}(1 - \eta^{N^+,T}\sum_{t''}\sum_{L} f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+,L}) T_{t''}^{N^+,L}))$$

$$(III.47)\quad QM^{N^+} = \sum_{\tau'}(g^{N^+}(d_{ti}^{N^+,Max}(1 - \eta^{N^+,d}\sum_{\tau''}\sum_{L} f^{N^+,\varepsilon}(d_{\tau''}^{N^+,L}) \cdot \cdot T_{\tau''}^{N^+,L})) \cdot TM_{ti}^{N^+}(1 - \eta^{N^+,T}\sum_{\tau''}\sum_{L} f_{\tau''}^{N^+,\varepsilon}(d_{\tau''}^{N^+,L}) T_{\tau''}^{N^+,L}))$$

$$(III.48)\quad d^{N^+,Max},\ TM^{N^+} \geq 0$$

Die Rechnung ist dann abzubrechen, wenn mindestens einer der beiden Werte 0 geworden ist.

Auch Albach definiert das Leistungspotential[1] eines Aggregates in einer Periode aus dem Anfangspotential der Anlage und den verbrauchsbedingten Abnutzungen in der Zwischenzeit. In die hier benutzte Symbolik übertragen ist die maximale Leistungsmenge einer Periode durch (III.49) gegeben.

---

1) Das Leistungspotential ist hier wieder der maximalen Produktionsmenge einer Periode gleichzusetzen. Siehe darüber die Ausführungen im vorigen Abschnitt.

$$(III.49)\quad q_t^{N^+,Max} = q_{ti}^{N^+,Max} - \sum_{t''} \sum_{L} f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+,L}) T_{t''}^{N^+,L}$$

Gegenüber (III.46) zeigen sich drei Unterschiede:

a) Der erste Unterschied ist auf die hier vorgenommene Trennung der Abnutzungswirkungen auf die Leistungszeit und -intensität zurückzuführen, wie im vorigen Abschnitt bereits dargestellt worden ist.

b) Der zweite Unterschied ist rein formaler Natur. Bei Albach ist die Abnutzungseinheit identisch mit der Produkteinheit des Aggregates.[1] Daher ist ein direkter Abzug der Periodenabnutzungen von der maximalen Anfangs-Leistungsmenge möglich. Da hier jedoch die Periodenabnutzung als Prozentsatz der relevanten Anfangsgrößen dargestellt wird, ist (III.48) ohne Umdefinierung der Abnutzungseinheiten nur in Form von (III.49.1) zu schreiben.

$$(III.49.1)\quad q_t^{N^+,Max} = q_{ti}^{N^+,Max}(1 - \eta^{N^+,\varepsilon} \sum_{t''} \sum_{L} f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+,L}) \cdot T_{t''}^{N^+,L})$$

Der Weg der prozentualen Darstellung der Abnutzungen wurde hier gewählt, um die Einheitlichkeit mit der Darstellung der dynamischen Verbrauchsfunktionen zu erhalten. Im Einzelfall kann durchaus Albachs Darstellungsweise herangezogen werden.

c) Der dritte Unterschied wird durch die hier gebrauchte Dimension für den durch die Verbrauchsfunktion dargestellten Potentialfaktorverbrauch als "Verbrauch je Zeiteinheit" verursacht, während Albach von der Dimension "Verbrauch je Produkteinheit" ausgeht.[2]

323.3 Das Verhältnis zwischen ruhendem und verbrauchsbedingtem Verschleiß

In den letzten beiden Abschnitten wurden die Wirkungen des ruhenden und des verbrauchsbedingten Verschleißes auf die Produktionskapazität und die Verbrauchsfunktionen der

---

1) Entwickelt aus: Albach, H., a.a.O., Gleichung (32) auf S. 175, Gleichung (48) auf S. 188, Gleichung (5o) auf S. 189.

2) Albach, H., a.a.O., S. 175.

der Anlagen getrennt untersucht. Tatsächlich treten sie aber gemeinsam auf. Deshalb müssen sie auch gemeinsam in die Modelle eingebaut werden, d.h. für die Produktionskapazitäten müßten nebeneinander die Gleichungspaare (III.4o), (III.41) und (III.44), (III.45) gelten. Die maximale Leistungszeit bzw. -intensität kann aber nur durch einen Höchstwert gegeben sein. Um festzustellen, welcher Wert wirklich anzusetzen ist, wird zunächst auf die beiden Verschleißarten zurückgegriffen. Der ruhende Verschleiß ist mit $\bar{E}$ angegeben, der variable Verschleiß ist nach (III.26) abhängig von der realisierten Leistungsintensität und -zeit. Es ist nun zu überlegen, wie beide Abnutzungsursachen nebeneinander wirken. Unterstellt man, daß der Zeitverschleiß aussetzt, wenn die Anlage produziert, dann wirkt der Zeitverschleiß nur während des nicht genutzten Teils der Gesamtperiode, der für ein Aggregat durch $TP_t - \sum_L T_t^{N^+,L}$ gegeben ist. Die Gesamtabnutzung Eg je Periode wäre dann durch (III.5o) definiert.

$$(III.5o)\quad Eg_t^{N^+} = \frac{\bar{E}}{TP_t}\left(TP_t - \sum_L T_t^{N^+,L}\right) + \sum_L f_t^{N^+,\varepsilon}(d_t^{N^+,L})T_t^{N^+,L}$$

Treten beide Verschleißursachen unabhängig voneinander auf, dann ist der Gesamtverschleiß durch Addition von $\bar{E}$ zu (III.26) bestimmt. Unter dieser Annahme lassen sich die maximale Nutzungszeit und die maximale Nutzungsintensität nach (III.51) und (III.52) berechnen.

$$(III.51)\quad d_t^{N^+,Max} = d_{ti}^{N^+,Max}\left(1 - \eta^{N^+,d}\sum_{t''}\left(\bar{E}^{N^+}v_{t''}^{N^+} + \sum_L f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+,L})T_{t''}^{N^+,L}\right)\right)$$

$$(III.52)\quad TM_t^{N^+} = TM_{ti}^{N^+}\left(1 - \eta^{N^+,T}\sum_{t''}\left(\bar{E}^{N^+}v_{t''}^{N^+} + \sum_L f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+,L})T_{t''}^{N^+,L}\right)\right)$$

Die Verbrauchsfunktionen werden durch Ersetzen von E durch Eg aus (III.31) bzw. analog aus (III.34) ebenfalls von den verbrauchs- und lebenszeitbedingten Abnutzungen abhängig.

Die Tatsache, daß in der Praxis überwiegend mit Zeitab-

schreibungen gearbeitet wird,[1] ist im wesentlichen auf zwei Gründe zurückzuführen: Zum einen ist die leichtere Handhabung maßgeblich; zum anderen besteht dann kein Grund zu variablen Abschreibungen, wenn das technisch maximale Leistungspotential einer Anlage während ihrer Nutzungszeit nicht voll erschöpft ist.[2] Trotzdem erscheint es nicht zweckmäßig, in allgemeinen Modellen ganz auf den variablen Verschleiß zu verzichten.

3.3 Die Gesamtdarstellung eines Modells mit Produktions- und Lagerkapazitätsveränderungen

Das in den vorigen Kapiteln aufgestellte Modell enthält noch keine Möglichkeit, Repetierfaktoren oder Produkte zu lagern. Diese Einschränkung wird in dem Gesamtmodell fallengelassen. Gegenüber den Lagerbedingungen des zweiten Modells ist es nunmehr möglich, auch diesen betrieblichen Bereich durch unternehmerische Entscheidungen zu beeinflussen. An den bereits in (II.1) enthaltenen Werten der Zielfunktion aus dem Lagerbereich erweitert sich der Index N auf N^+. Neben den dort angeführten sonstigen Größen treten hier noch die aggregatindividuellen Kosten in den früher diskutierten Arten und die weiter unten ausführlich behandelten fixen Lagerkapazitätskosten FLK auf. Für das Gesamtmodell wird unterstellt, daß die Kapazitäten sich durch Investitionsentscheidungen ändern können. Die Zielfunktion erhält dann folgende Gestalt:

$$
\begin{aligned}
(IV.1)\quad G = {} & \sum_t (p_t A_t - \sum_J \sum_Z \pi_t^{J,Z} q_t^{J,Z} - \sum_S \sum_Z \pi_t^{S,Z} q_t^{S,Z} - \\
& - \sum_{N^+} PF_t^{N^+} H^{N^+} v_t^{N^+} - \sum_{N^+} PV_t^{N^+} (H^{N^+} - \sum_{t''} \alpha_{t''}^{N^+} (\frac{E}{TP_{t''}} (TP_{t''} - \\
& - \sum_L T_t^{N^+,L}) + \sum_L f_{t''}^{N^+,\varepsilon} (d_{t''}^{N^+,L}) T_{t''}^{N^+,L}) v_{t''}^{N^+}) v_t^{N^+} - \\
& - LS_t^{FF} (\sum_{\bar{t}} (\sum_{N^+} \sum_L g_{\bar{t}}^{N^+} (d_{\bar{t}}^{N^+,L}) T_{\bar{t}}^{N^+,L} - A_{\bar{t}}) +
\end{aligned}
$$

---

1) Siehe dazu: Schneider, D., Kostentheorie und verursachungsgemäße Kostenrechnung, in ZfhF 1961, S. 7oo

2) Siehe dazu: Schneider, D., a.a.O., S. 7o4 f.

$$+ \frac{\sum_{N^+}\sum_{L} g_t^{N^+}(d_t^{N^+},L)T_t^{N^+},L - A_t}{2}) - \sum_J LS_t^J(\sum_{\bar{t}}(\sum_Z q_{\bar{t}}^{J,Z} -$$

$$- \sum\sum f_{ti}^{N^+,J}(d_{\bar{t}}^{N^+},L)\prod_{t_o}(1 + \eta^{N^+,J}\bar{E}^{N^+}v_{t_o}^{N^+} + \sum_L f_{t_o}^{N^+,\varepsilon}(d_{t_o}^{N^+},L)T_{t_o}^{N^+},L) +$$

$$+ \frac{\sum_Z q_t^{J,Z} - \sum_{N^+}\sum_L f_{ti}^{N^+,J}(d_t^{N^+},L)\prod_{t''}(1 + \eta^{N^+,J}\bar{E}^{N^+}v_{t''}^{N^+} +}{2}$$

$$+ \frac{\sum_L f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+},L)T_{t''}^{N^+},L)}{} - \sum_S LS_t^S(\sum_{\bar{t}}(\sum_Z q_{\bar{t}}^{S,Z} -$$

$$- \sum_{N^+} b_{\bar{t}}^{S,N^+}\sum_L g_{\bar{t}}^{N^+}(d_{\bar{t}}^{N^+},L)T_{\bar{t}}^{N^+},L) +$$

$$+ \frac{\sum_Z q_t^{S,Z} - \sum_{N^+} b_t^{S,N^+}\sum_L g_t^{N^+}(d_t^{N^+},L)T_t^{N^+},L}{2} - FLK_t) \rightarrow Max!$$

Die Absatznebenbedingungen sind dadurch gegeben, daß der Absatz einer Periode sowohl die Nachfrage als auch die Produktionsmenge in dieser Periode zuzüglich des Perioden-Anfangsbestandes nicht überschreiten darf:

(IV.2) $A_t \leq N_t$ für alle t

(IV.3) $A_t \leq \sum_{\bar{t}}(\sum_{N^+}\sum_L g_{\bar{t}}^{N^+}(d_{\bar{t}}^{N^+},L)T_{\bar{t}}^{N^+},L - A_{\bar{t}}) +$

$+ \sum_{N^+}\sum_L g_t^{N^+}(d_t^{N^+},L)T_t^{N^+},L$ für alle t

Die nur auf den Produktionsbereich einwirkenden Beschränkungen beziehen sich auf die maximalen Nutzungszeiten, die maximalen Nutzungsintensitäten und auf die tatsächlichen Nutzungszeiten und -intensitäten der Aggregate. Die maximalen Nutzungszeiten eines Aggregates sind durch das Alter der Anlage beeinflußt. Außerdem ist durch Einführung des PIV zu berücksichtigen, daß die maximale Nutzungszeit für nicht investierte Anlagen 0 ist. Die tatsächlichen Nutzungszeiten dürfen den Höchstwert nicht überschreiten. Für die maximalen und tatsächlichen Leistungszeiten sind daher folgende Bedingungen aufzustellen:

(IV.4) $T_t^{N^+},L \leq TM_{ti}^{N^+},L(1 - \eta^{N^+},T\sum_{t''}(\bar{E}^{N^+}v_{t''}^{N^+} + \sum_L f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+},L)\cdot$

$\cdot T_{t''}^{N^+},L))$ für alle t, N^+, L

(IV.5) $\sum_L T_t^{N^+},L \leq TM_{ti}^{N^+}(1 - \eta^{N^+},T\sum_{t''}(\bar{E}^{N^+}v_{t''}^{N^+} + \sum_L f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+},L)\cdot$

$\cdot T_{t''}^{N^+},L))$ für alle t, N^+

Gegenüber dem Modell II müssen die maximalen Leistungsintensitäten neu eingeführt werden, da sie modellendogen aufgrund der maximalen Leistungszeiten zum Investitionszeitpunkt bestimmt werden. Die tatsächlichen Nutzungsintensitäten dürfen den Höchstwert ebenfalls nicht überschreiten. Der PIV braucht in dieser Restriktion nicht mehr berücksichtigt zu werden, da die Nutzungszeiten bei nicht investierten Aggregaten gleich 0 gesetzt sind und infolgedessen diese Anlagen nicht zur Produktion herangezogen werden können.

$$(IV.6)\quad d_t^{N^+,L} \leq d_{ti}^{N^+,Max}\,(1 - \eta^{N^+,d}\sum_{t''}(\bar{E}^{N^+} v_{t''}^{N^+} + \sum_{L} f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+,L})\cdot T_{t''}^{N^+,L})) \qquad \text{für alle } t,\ N^+,\ L$$

Der Verbrauch an Repetierfaktoren der Gruppe J in einer Periode, der jetzt abhängig ist von den Leistungszeiten und -intensitäten der Vorperioden und der betrachteten Periode und vom Lebensalter einer Anlage, darf nicht größer sein als der Anfangsbestand zuzüglich des Zukaufs des betrachteten Produktionsfaktors. Für die Gruppe S gilt unverändert (II.6.2) weiter. Man erhält daher folgende Beschränkungen des Produktionsbereichs durch den Beschaffungsbereich:

$$(IV.7.1)\quad \sum_{N^+}\sum_{L} f_{ti}^{N^+,J}(d_t^{N^+,L})\prod_{t''}(1 + \eta^{N^+,J}\bar{E}^{N^+} v_{t''}^{N^+} + \sum_{L} f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+,L})T_{t''}^{N^+,L})T_t^{N^+,L} \leq \sum_{\bar{t}}(\sum_{Z} q_{\bar{t}}^{J,Z} - \sum_{N^+}\sum_{L} f_{ti}^{N^+,J}(d_{\bar{t}}^{N^+,L})\prod_{t_o}(1 + \eta^{N^+,J}\bar{E}^{N^+} v_{to}^{N^+} + \sum_{L} f_{to}^{N^+,\varepsilon}(d_{to}^{N^+,L})T_{to}^{N^+,L})T_{\bar{t}}^{N^+,L}) + \sum_{Z} q_t^{J,Z}$$

für alle t, J

$$(IV.7.2)\quad \sum_{N^+} b_t^{S,N^+}\sum_{L} g_t^{N^+}(d_t^{N^+,L})T_t^{N^+,L} \leq \sum_{\bar{t}}(\sum_{Z} q_{\bar{t}}^{S,Z} - \sum_{N^+} b_{\bar{t}}^{S,N^+}\sum_{L} g_{\bar{t}}^{N^+}(d_{\bar{t}}^{N^+,L})T_{\bar{t}}^{N^+,L}) + \sum_{Z} q_t^{S,Z} \quad \text{für alle } t,\ S$$

Außerdem darf die von den einzelnen Lieferanten beschaffte Menge nicht größer sein als deren lieferbare Höchstmenge

je Periode.

(IV.8.1) $q_t^{J,Z} \leq Q_t^{J,Z}$ für alle t, J, Z

(IV.8.2) $q_t^{S,Z} \leq Q_t^{S,Z}$ für alle t, S, Z

Aufgrund der zur Investition von Anlagen zur Verfügung gestellten Geldmittel ist die Anzahl der je Periode investierbaren Anlagen eingeschränkt:

(IV.9) $\sum_{N^+} H^{N^+}(v_t^{N^+} - v_{t-1}^{N^+})v_t^{N^+} \leq F_t$ für alle t

Durch den Einbau der Beschränkungen aus dem Lagerbereich ist zunächst dafür Sorge zu tragen, daß am Ende des Planungszeitraums keine Bestände an Fertigfabrikaten und Repetierfaktoren beider Gruppen mehr vorhanden sind. Daher gelten die folgenden drei Nebenbedingungen:

(IV.10) $\sum_t (\sum_{N^+}\sum_L g_t^{N^+}(d_t^{N^+,L})T_t^{N^+,L} - A_t) = 0$

(IV.11) $\sum_t (\sum_Z q_t^{J,Z} - \sum_{N^+}\sum_L f_{ti}^{N^+,J}(d_t^{N^+,L})\prod_{t''}(1 + \eta^{N^+,J}\bar{E}^{N^+}v_{t''}^{N^+} + \sum_L f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+,L})T_{t''}^{N^+,L})T_t^{N^+,L}) = 0$ für alle J

(IV.12) $\sum_t (\sum_Z q_t^{S,Z} - \sum_{N^+} b_t^{S,N^+}\sum_L g_t^{N^+}(d_t^{N^+,L})T_t^{N^+,L}) = 0$ für alle S

Die in einer Periode vorhandene Lagerkapazität darf von den gelagerten Produkten und Materialien nicht überbelastet werden. Es wird hier wieder angenommen, daß jede Produkteinheit und jeder Repetierfaktor an jeder beliebigen Stelle des Lagers aufbewahrt werden kann. Man erhält daher aus (II.8) und den oben angeführten Überlegungen:

(IV.13) $\sum_{\hat{t}} (\lambda_{\hat{t}}^{FF}(\sum_{N^+}\sum_L g_{\hat{t}}^{N^+}(d_{\hat{t}}^{N^+,L})T_{\hat{t}}^{N^+,L} - A_{\hat{t}}) + \sum_J \lambda_{\hat{t}}^J(\sum_Z q_{\hat{t}}^{J,Z} - \sum_{N^+}\sum_L f_{\hat{t}}^{N^+,J}(d_{\hat{t}}^{N^+,L})\prod_{\bar{t}}(1 + \eta^{N^+,J}\bar{E}^{N^+}v_{\bar{t}}^{N^+} + \sum_L f_{\bar{t}}^{N^+,\varepsilon}(d_{\bar{t}}^{N^+,L})T_{\bar{t}}^{N^+,L})T_{\hat{t}}^{N^+,L}) + \sum_S \lambda_{\hat{t}}^S(\sum_Z q_{\hat{t}}^{S,Z} - \sum_{N^+} b_{\hat{t}}^{S,N^+}\sum_L g_{\hat{t}}^{N^+}(d_{\hat{t}}^{N^+,L})T_{\hat{t}}^{N^+,L})) \leq LK_t$ für alle t

Im Gegensatz zum zweiten Modell ist die Lagerkapazität LK kein exogen bestimmtes Datum mehr, sondern durch die Modellösung selbst als Optimalwert zu bestimmen. Um daher als Beschränkungsgröße einen Sinn zu haben, muß sie entweder selbst Beschränkungen unterworfen sein und (oder) als Gewinnminderungsgröße in der Zielfunktion enthalten sein. Wie bereits bei der Erläuterung der Zielfunktion angedeutet ist, sind die fixen Lagerkapazitätskosten als Abzugsgröße vorhanden. Sie sind als Summe der fixen Kosten der vorhandenen Lagerkapazitätseinheiten aufzufassen. Der in einer Periode verfügbare und durch Investitionen vergrößerbare Lagerraum ist in diese Lagerkapazitätseinheiten aufzuteilen, von denen angenommen wird, daß sie die gleichen fixen Kosten je Periode verursachen.[1] Jede dieser Einheiten ruft, sofern sie dem Betrieb zur Verfügung steht oder in einer Periode zur Verfügung gestellt wird, einen bestimmten Fixkostenbetrag K_{LK} hervor, der gegeben ist. Daher ist der in der Zielfunktion angegebene Fixkostenbetrag FLK nach (IV.14) bestimmt:

$$(IV.14) \quad FLK_t = LK_t K_t^{LK}$$

Dadurch ist es möglich geworden, auch die optimale Lagerkapazität je Periode zu berechnen. Allerdings sollte zusätzlich noch eine Finanzierungsbedingung eingeführt werden, da die Lagerkapazität nur dann erweitert werden kann, wenn die dafür nötigen Finanzierungsmittel bereitgestellt sind. Es wird hier unterstellt, daß ein besonderer Betrag zur Finanzierung der Lagerkapazitäts-Erweiterungen je Periode zur Verfügung gestellt ist. Erst im folgenden Teil werden die für die Produktions- und die Lagerkapazität bereitgestellten Mittel als einheitliche Größe betrachtet. Werden der für die Lagerkapazität vorgesehene Finanzierungshöchstbetrag mit F^{LK} und der Betrag, der zur Erweiterung um eine Lagerkapazitätseinheit notwendig ist, mit H^{LK} bezeichnet, ergibt sich:

$$(IV.15) \quad H^{LK}(LK_t - LK_{t-1}) \leq F_t^{LK}$$

---

1) Eine solche Einheit kann z.B. der Quadratmeter Lagerfläche sein.

Um zu verhindern, daß am Ende des Planungszeitraums überhaupt keine Lagerkapazität mehr aufgrund der optimalen Modellösung vorhanden ist, muß sie am Ende einer Konstanten gleichgesetzt werden, die beliebig gewählt werden kann. Jedoch empfiehlt es sich, eine Lager-Endkapazität C vorauszusetzen, die einigermaßen realistischen Kriterien genügt.

(IV.16) $LK_t = C$

Sonstige Nebenbedingungen sind die Nichtnegativitätsbedingung und die Dualvariabilitäts-Bedingung für den PIV.

(IV.17) $A_t; q_t^{J,Z}; q_t^{S,Z}; T_t^{N^+,L}; d_t^{N^+,L}; LK_t; v_t^{N^+} \geq 0$

(IV.18) $v_t^{N^+} \leq 1$; ganzzahlig!

Es ist aus dem dargestellten System zu erkennen, daß im Lagerbereich keine Abnutzungen entstehen, die auf die Kapazität Einfluß nehmen. Sie werden, sofern sie unterstellt werden sollen, durch Reparaturen sofort wieder ausgeglichen. Bei den gelagerten Gegenständen treten ebenfalls keine Abnutzungserscheinungen auf. Es ist in der Periodenbetrachtung kaum möglich, Abnutzungen der Lagerobjekte einzubeziehen, da die Lagerdauer für die einzelnen Gegenstände nicht bekannt ist. Sie könnte höchstens als sehr anfechtbare Durchschnittsgröße verwendet werden. Wegen der damit verbundenen Schwierigkeiten und der Fragwürdigkeit der Ergebnisse wird hier darauf verzichtet.

4. Die Einbeziehung des Finanzierungsbereichs in die Planungsmodelle

Eine Unternehmung kann nur dann bestehen, wenn in jedem Zeitpunkt Einnahmen (= Einzahlungen) mindestens in Höhe der Ausgaben (= Auszahlungen) vorhanden sind. Da den aufgestellten Modellen eine Periodenbetrachtung zugrundeliegt, kann diese Forderung nicht für jeden Zeitpunkt, sondern nur für jede Periode aufrechterhalten werden. Das finanzielle Gleichgewicht zu erhalten ist Aufgabe der Finanzplanung.[1] Durch die betrieblichen Vorgänge im Beschaffungs- und Absatzbereich, aber auch im Produktionsbereich, werden finanzielle Mittel ausgegeben, über einen bestimmten Zeitraum in den dafür erhaltenen Gütern und Dienstleistungen gebunden und danach wieder freigesetzt. Die finanziellen Vorgänge im "neutralen Bereich der Unternehmung" sind hier ohne Interesse, da den Modellen ein Kostendenken zugrundeliegt. Die Ausgaben müssen aus den betrieblichen Prozessen abgeleitet werden, die durch die Modellösung dargestellt sind. Neben diesen prozeßbedingten Ausgaben können weitere Ausgaben dadurch entstehen, daß aufgenommene Kredite zurückgezahlt werden. Entsprechend dazu läßt sich die Einnahmenseite feststellen. Einnahmen aus dem Betriebsprozeß sind durch die Verkäufe von Produkten gewährleistet. Außerdem können Einnahmen dadurch vorweggenommen werden, daß Kredite aufgenommen werden, z.B. von Kunden erhaltene Anzahlungen. Werden dann später die Einnahmen fällig, dann werden sie durch die Verrechnung mit den Krediten wieder ausgeglichen. Zum dritten können in einer Periode dadurch Einnahmen entstehen, daß in einer Vorperiode Verkäufe auf Kredit durchgeführt worden sind.

Im übrigen interessiert im Kostenbereich nicht, woher die finanziellen Mittel fließen. Diese sind also hier hinsichtlich ihrer Kosten unabhängig von der Höhe des effektiven Zinssatzes gleich zu behandeln. Die im Betrieb eingesetzten Mittel werden immer mit dem gleichen kalkulatorischen Zinssatz belastet. Jedoch muß in den Modellen berück-

---

1) Siehe dazu u.a.: Albach, H., Kapitalbildung und optimale Kassenhaltung. In: Finanzierungshandbuch, S. 361 ff., Wiesbaden 1964; Pausenberger, E., Die finanzielle Sanierung, ebenda, S. 553

sichtigt werden, wie hoch die einsetzbaren Mittel sind, und wie lange sie gebunden werden können.

Im folgenden werden zunächst getrennt die Einnahmen und Ausgaben je Periode dargestellt und schließlich in finanzwirtschaftlichen Nebenbedingungen in ein Gesamtmodell übernommen.

4.1 Die Ableitung der Einnahmen aus systemendogenen Größen und außerbetrieblichen Gegebenheiten

Regelmäßige Einnahmen werden durch den Verkauf von Produkten erzielt. Daneben werden aber auch Anlagen verkauft, die vom Betrieb nicht mehr genutzt werden sollen oder können. Reicht die Summe der auf diese Weise in einer Periode erzielten Einnahmen nicht aus, um die Ausgaben dieser Periode zu decken, so können Kredite aufgenommen werden. Befindet sich der Betrieb trotz Kreditaufnahme in größten Liquiditätsschwierigkeiten, so besteht noch die Möglichkeit, Produktionsfaktoren zu verkaufen, die im Betrieb noch genutzt oder verbraucht werden könnten. Wird die letzte Art der Einnahmenbeschaffung in die Modelle eingebaut, so könnte allerdings aus diesem Rettungsanker auch ein Gewinnerhöhungsmittel werden. Treten nämlich Preissteigerungen, die ja im voraus bekannt sind, auf, so könnte der Unternehmer in einer Anfangsperiode mehr Produktionsfaktoren - insbesondere Repetierfaktoren - kaufen, als für die Produktion in den folgenden Perioden gebraucht werden. Der Überschuß wird in den folgenden Perioden nach den Preissteigerungen wieder verkauft. Wenn sich auch die daraus erzielten spekulativen Gewinne nicht in der Zielfunktion niederschlagen - da es sich um ao. Erträge handelt -, können sie sich doch indirekt auf den betrieblichen Gewinn dadurch auswirken, daß sie zu einer Erhöhung der Einnahmen in den folgenden Perioden beitragen.

Zur Deckung der Ausgaben können auch die Überschüsse der Einnahmen über die Ausgaben der vergangenen Perioden herangezogen werden. Voraussetzung dafür ist, daß die Einnahmenüberschüsse so angelegt sind, daß sie jederzeit ohne Verluste liquidierbar sind.

Eine eingehende Behandlung der mit dem Finanzierungsbereich zusammenhängenden Probleme erfolgt in den folgenden Unterabschnitten.

41.1 Die Einnahmen aus den Umsätzen

Die Feststellung der Einnahmen aus dem Umsatz bildet dann keine Schwierigkeiten, wenn der gesamte Umsatz als Einnahme in der Umsatzperiode zurückfließt. Die Einnahmen sind durch den mengenmäßigen Absatz mit dem Produktpreis je Periode gegeben. Auch ein Skonto kann berücksichtigt werden, wenn für alle in der Periode erhaltenen Einnahmen Skonti gewährt werden. Ob sich durch Skontogewährung der Erlös in der Zielfunktion ändert, ist umstritten. "Die Verrechnung kann entweder als Zins für pünktliche Zahlung" - und damit als ao. Aufwendung - "oder als Minderung (Rabatt) des Erlöses bzw. der Anschaffungskosten angesehen werden."[1] Werden die Skonti als ao. Aufwendungen betrachtet, ändert sich die Zielfunktion nicht, sondern nur die Einnahmenhöhe. Als Rabatt vermindern sie jedoch auch die Erlöse in der Zielfunktion.

Im normalen Wirtschaftsleben ist es üblich, daß die Kunden erst in einer späteren Periode zahlen. Dann stimmen die Umsätze mit den Einnahmen nur noch zufällig überein. Zur Bestimmung der Einnahmen aus den Umsätzen je Periode dient der Spektralvektor w, der aus te Elementen gebildet ist.[2] Diese werden als bekannt vorausgesetzt und geben in Reihenfolge gelesen an, welche Einnahmen aus dem Umsatz einer Periode in welcher Höhe in welcher Periode anfallen. Z.B. bedeutet der Vektor (o,5; o,3; o,2), daß in der Periode t 5o%, in der Periode t + 1 3o% und in der Periode t + 2 die restlichen 2o% des Umsatzes der Periode t zu Einnahmen werden. Die Summe der Elemente des Vektors ist 1, wenn keine Abzüge von den Umsätzen vorgenommen werden. Um die wichtige Größe der Einnahmen

---

1) Adler, H., Düring, W., Schmaltz, K., Rechnungslegung und Prüfung der Aktiengesellschaften, 3. Aufl., S. 355 f. Anm. zu § 132 AktG alt. Stuttgart 1957.

2) Siehe dazu: Langen, H., Die Prognose von Zahlungseingängen, in ZfB 1964, S. 289 ff., hier insbesondere S. 233 - 235.

einer Periode feststellen zu können, ist der Spektralvektor mit einer Matrix - der Umsatzmatrix - zu multiplizieren. Der Zeilenindex dieser Matrix bestimmt die Periode, für die die Einnahmen berechnet werden sollen. Die Elemente einer Zeile werden von den Umsätzen der durch die Zeile bestimmten Periode und ihrer Vorperioden gebildet. Wichtig ist, daß die Umsätze periodenmäßig soweit zurückzuverfolgen sind, wie sie noch Einfluß auf die Einnahmen der betrachteten Periode nehmen können; d.h., daß die Zahl der Spalten der Umsatzmatrix mit der Anzahl der Elemente des Spektralvektors übereinstimmen muß. Sind dadurch Umsätze in die Matrix mit einzubeziehen, die vor dem Planungszeitraum liegen, so kann entweder ihr tatsächlicher, bekannter Betrag eingesetzt werden, oder die entsprechenden Elemente sind gleich 0 zu setzen. Die Einnahmen aus diesen Umsätzen müssen dann als konstante Beträge gesondert in der Gesamt-Einnahmenermittlung berücksichtigt werden. Im folgenden wird das zweite Verfahren gewählt.

Das Produkt aus Umsatzmatrix und Spaltenvektor ergibt als Spaltenvektor die Einnahmen aller Perioden des Planungszeitraums, wenn die Matrix aus ebensovielen Zeilen besteht, wie der Planungszeitraum in Perioden unterteilt ist:

$$\begin{bmatrix} p_1A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ p_2A_2 & p_1A_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_t\ A_t & p_{t-1}A_{t-1} & \cdots & p_{t-(te-1)}A_{t-(te-1)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{te} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} p_1A_1w_1 \\ p_2A_2w_1 + p_1A_1w_2 \\ p_3A_3w_1 + p_2A_2w_2 + p_1A_1w_3 \\ \vdots \\ p_t\ A_t\ w_1 + p_{t-1}A_{t-1}w_2 + \cdots + p_{t-(te-1)}A_{t-(te-1)}w_{te} \end{bmatrix}$$

Da die bisherigen Modelle ohne Matrixdarstellung aufgestellt wurden, ist hier nur das Produkt der Umsatzmatrix mit dem Spaltenvektor zu beachten. Wie aus der gezeigten Darstellung zu entnehmen ist, sind die Einnahmen EA einer bestimmten Periode durch (V.1) wiedergegeben:

$$(V.1) \quad EA_t = \sum_{TE} p_{t-(TE-1)} A_{t-(TE-1)} w_{TE}$$

Auch Skonti können in einer derartigen Analyse berücksichtigt werden. Es ist jedoch davon auszugehen, daß allen Kunden die gleichen Zahlungskonditionen gewährt werden. Unterstellt man, daß alle Kunden, die in der Umsatzperiode zahlen, Skonti erhalten, so vermindert sich das erste Element des Spektralvektors um den Skonto-Prozentsatz. Die Einnahmen in der Umsatzperiode aus dem Umsatz dieser Periode würden im obigen Beispiel dann nicht 5o% betragen, sondern bei einem Skonto von 3% nur 48,5%. Allgemein errechnen sich die Einnahmen bei Skontogewährung in Höhe von xe Prozent in der Umsatzperiode zu:

$$(V.1.1) \quad EA_t = \sum_{TE'} p_{t-(TE'-1)} A_{t-(TE'-1)} w_{TE'} + p_t A_t w_1 \left(1 - \frac{xe}{100}\right)^{1)}$$

Ob die Skontogewährung Einfluß auf die Zielfunktion hat, hängt wieder davon ab, ob Skonti als Erlösschmälerungen angesehen werden. Werden sie als solche behandelt, dann ist der wertmäßige Umsatz der Periode t um die Skontobeträge zu verringern, die durch Mutliplikation des ersten Elementes des Spektralvektors mit dem Skontosatz und dem Erlös der Periode t errechnet wird. Statt $p_t A_t$ ist also

$$p_t A_t \left(1 - w_1 \frac{xe}{100}\right)$$

anzusetzen. Da bis auf den Absatz alle Größen bekannt sind, bietet das Problem keine zusätzlichen Schwierigkeiten.

41.2 Die Einnahmen aus dem Verkauf von Produktionsfaktoren

Es können Potential- und Repetierfaktoren verkauft werden. Da der Entwicklung der Einnahmen aus den beiden Faktor-

---

1) (V.1.1) kann ebenfalls in Form von (V.1) geschrieben werden, wenn für w_1 $w_1(1 - xe:1oo)$ eingesetzt wird. Die Summe der Spektralvektor-Elemente ist dann höchstens 1.

arten unterschiedliche Gedankengänge zugrundeliegen, werden die beiden Einnahmenarten getrennt untersucht.

412.1 Die Einnahmen aus dem Verkauf von Potentialfaktoren

Potentialfaktoren werden im allgemeinen dann verkauft, wenn ihre aufgrund technischer und wirtschaftlicher Gegebenheiten ermittelte Nutzungszeit abgelaufen ist. Es ist jedoch auch möglich, daß nicht die Nutzungsdauer den Verkaufszeitpunkt bestimmt, sondern der Verkaufszeitpunkt durch andere Gründe vorverlegt und dadurch die Nutzungszeit beendet wird. Eine solche unternehmerische Entscheidung könnte z.B. dann getroffen werden, wenn eine Anlage nur noch eine kurze Rest-Nutzungszeit aufweist, die Liquidität der Unternehmung aber nur durch den Verkauf einer Anlage aufrechterhalten werden kann. Die Einnahmen aus dem Verkauf sind die Liquidationserlöse LQ einer Anlage. Der Liquidationserlös muß als gegeben betrachtet werden. Es ist jedoch wahrscheinlich, daß der Restbuchwert der Anlage nach ihm orientiert ist und daher mit ihm übereinstimmen kann.

Die gesamten Einnahmen aus den Liquidationserlösen einer Periode sind durch die Summe der Liquidationserlöse der in dieser Periode desinvestierten Anlagen charakterisiert, vorausgesetzt, daß die Anlagen in der Periode verkauft und bezahlt werden. Zur Einnahmenberechnung ist noch die Zahl der desinvestierten Aggregate je Periode zu ermitteln. Dazu bedarf es einer Überlegung analog zur Investitionszeitpunkt-Bestimmung. Wenn eine Anlage in der Periode $t - 1$ investiert war und in t desinvestiert ist, sind die zugehörigen PIV-Elemente gleich 1 bzw. gleich 0 zu setzen. Die Differenz zwischen diesen beiden Elementen kann also dazu dienen, den Desinvestitionszeitpunkt festzustellen. Um zu verhindern, daß bei der Investition eines Aggregates in t ein negativer Einnahmenbetrag ermittelt wird, ist die Differenz mit v_{t-1} zu multiplizieren.

Aus diesen Überlegungen lassen sich die Einnahmen aus den Potentialfaktorverkäufen einer Anlage nach (V.2) berechnen.

$$(V.2)\quad EI_t = \sum_{N^+} (v_{t-1}^{N^+} - v_t^{N^+}) v_{t-1}^{N^+} LQ_t^{N^+}$$

Es wurde bereits angedeutet, daß der Liquidationserlös in der Höhe dem Restbuchwert entsprechen kann. Da dieser von anderen Modellgrößen abhängig ist, ist anstelle LQ in die Beziehung (V.2) die Gleichung (III.1) einzusetzen:

$$(V.3)\quad EI_t = \sum_{N^+} v_{t-1}^{N^+} - v_t^{N^+}) v_{t-1}^{N^+} (H^{N^+} - \sum_{\bar{t}} D_{\bar{t}}^{N^+} v_{\bar{t}}^{N^+})$$

Der Abschreibungsbetrag D läßt sich nach einer der angegebenen Methoden berechnen. Gleichung (V.3) stellt eine Beziehung her zwischen den Einnahmen aus dem Verkauf von Potentialfaktoren einerseits, der Anzahl der je Periode desinvestierten Aggregate, den Anschaffungskosten je Aggregat und den Abschreibungen der Vorperioden andererseits. Indirekt über die Abschreibungen können weitere Einflußgrößen auf diese Einnahmenart wirken: Sind die Abschreibungen zeitabhängig, dann wird die Einnahmenhöhe auch von den Investitionszeitpunkten der einzelnen Aggregate bestimmt. Werden die Abschreibungen als leistungszeitabhängig betrachtet, so werden diese Einnahmen durch die Wahl der Leistungszeiten und -intensitäten in den der Desinvestitionsperiode vorangehenden Zeiträumen beeinflußt.

Erheblich vereinfacht wird die Darstellung der Einnahmen aus dem Potentialfaktorverkauf natürlich durch (V.2). Die dafür zugrundezulegende Voraussetzung kann aber nicht immer aufrechterhalten werden, wenn die Investitionszeitpunkte vorher nicht bekannt sind. Denn der Liquidationserlös einer Anlage ist im allgemeinen irgendwie von der Ausnutzung und dem Alter der Anlage abhängig. Stimmt er nicht mit dem Rest-Buchwert überein, so verändert er sich doch ähnlich wie dieser, so daß dann (III.1) noch um einen zusätzlichen konstanten Multiplikator erweitert den Liquidationserlös zu jedem Termin bestimmen würde.

Werden die eben entwickelten Gleichungen in das Gesamtmodell eingebaut, so kann nicht mehr gesagt werden, daß die tatsächliche Nutzungsdauer allein durch die kosten- bzw. leistungsgünstigste Nutzungszeit je Anlage bestimmt

ist. Vielmehr werden sie auch mit beeinflußt durch den Finanzierungsbedarf je Periode. Die Interdependenz der einzelnen betrieblichen Bereiche kommt dadurch erst in den Gesamtmodellen zum Ausdruck.

412.2 Die Einnahmen aus dem Verkauf von Repetierfaktoren

Repetierfaktoren - hierunter fallen die Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe - werden nur bei großen Liquiditätsschwierigkeiten, bei Produktionsumstellungen oder aus Spekulationsgründen verkauft. Verkäufe wegen Produktionsumstellungen sind dann nötig, wenn vor Bekanntwerden der Produktionsänderung zuviele, nachher nicht mehr verwendbare Faktoren gekauft worden sind. Wegen der Unterstellung der vollkommenen Information braucht dieser Fall nicht weiter untersucht zu werden. Auch Spekulationsverkäufe sind weitgehend ausgeschaltet, da es sich ja um außerordentliche Erträge handelt. Indirekt können sie Einfluß auf den Gewinn in der bereits beschriebenen Art nehmen.

Die Einnahmen aus dem Verkauf der Repetierfaktoren werden bestimmt durch den Verkaufspreis und die Anzahl der verkauften Produktionsfaktoren. Für die Einnahmen aus dem Repetierfaktorverkauf (= ER) gilt:

$$(V.4)\quad ER_t = \sum_J qv_t^J \; v_t^J + \sum_S qv_t^S \; v_t^S$$

Unter Umständen muß auch hier berücksichtigt werden, daß nicht alle Erträge aus den Verkäufen in der gleichen Periode zurückfließen, sondern auch in späteren Perioden. Die dann aus den Verkäufen abzuleitenden Einnahmen sind analog zu den Einnahmen aus Produktverkäufen nach (V.1) darzustellen.

Würde keine weitere Beschränkung für die verkaufte Repetierfaktormenge eingefügt, dann wäre die Deckung des Finanzierungsbedarfs in den Modellen kein Problem: Alle Finanzierungslücken wären dadurch beseitigt. Da die verkaufte Faktormenge aber aus den Einkäufen zu decken ist, unterliegt sie Höchstbeschränkungen. Die eingekaufte Menge je Periode erfüllt jetzt daher folgende Zwecke: Sie ermöglicht den Verbrauch und damit die Produktion in der Ein-

kaufsperiode; sie kann zum Lageraufbau verwendet werden; schließlich kann sie zur Beseitigung einer Einnahmenlücke in einer der folgenden Perioden dienen. Die durch die Repetierfaktoren bedingten Beschränkungen des Lösungsbereichs der Modellvariablen sind also zusätzlich auf die verkaufte Menge an Repetierfaktoren auszudehnen. Eine Darstellung der erweiterten Beschränkungen wird in Kapitel 4.3 gegeben.

41.3 Einnahmen aus Kapitalaufnahme

Die Kapitalaufnahme schafft zusätzliche Einnahmen in einer Periode, wenn davon ausgegangen wird, daß die Beträge aus der Kapitalaufnahme sofort in bar gezahlt werden. Je nach der Kapitalherkunft sind die maximal beschaffbaren Beträge von bestimmten Variablen abhängig, unter denen auch Modellvariable zu finden sein können. Es ist im Rahmen dieser Untersuchung nicht möglich, alle Erscheinungsformen zu behandeln. Vielmehr sind diese auf einige typische Arten zu konzentrieren. Das wichtigste Unterscheidungsmerkmal richtet sich danach, ob der oder die Unternehmer das Kapital zur Verfügung stellen oder Dritte. Danach ist zwischen Eigenkapital und Fremdkapital zu unterscheiden.

413.1 Einnahmen aus Eigenkapital-Aufnahme

Das Eigenkapital kann durch Selbst- oder Beteiligungsfinanzierung beschafft worden sein. Wird der Weg der Selbstfinanzierung gewählt, so werden die periodenweise ermittelten Gewinne nicht ausgeschüttet, sondern im Betrieb zurückgehalten. Zu einer Einnahmenerhöhung im Rahmen der Modelle tragen sie nur dann bei, wenn sie in der Periode, in der die Gewinne zurückbehalten werden, aufgrund der am Anfang von 41.3 gemachten Voraussetzung liquiditätswirksam werden. Die durch die Modellösung je Periode ermittelten Gewinne müssen demnach gemäß ihrer Liquiditätswirksamkeit in der Periode aufgeteilt werden. Da sie jedoch die Differenz zwischen Leistungen und Kosten darstellen, besteht die Voraussetzung zu ihrer Ermittlung in der Aufteilung der Kosten und Leistungen

nach deren Liquiditätswirksamkeit je Periode, d.h.: Es sind die Ausgaben durch Faktorverbrauch und die Einnahmen aus dem Absatz je Periode festzustellen. Die Differenz zwischen diesen beiden Größen muß jedoch, wie noch aufgezeigt wird, bereits in den Finanzierungsnebenbedingungen aufgenommen sein. Damit sind aber auch schon die Überschüsse der Einnahmen aus dem Absatz über die Ausgaben für den Faktorverbrauch - also der liquiditätswirksame Gewinn - in der Finanzierung berücksichtigt. Es würde deshalb zu einem falschen Ansatz führen, wenn die Selbstfinanzierung noch gesondert beachtet wird. In der Gegenüberstellung der Ausgaben und Einnahmen bzw. bei der Erörterung der Ausgaben durch Gewinnausschüttung wird lediglich noch zu zeigen sein, wie die Nebenbedingungen zu verändern sind, wenn die Gewinne regelmäßig ausgeschüttet werden.

Durch Eigenkapital-Aufnahme im Wege der Beteiligungsfinanzierung werden an das Unternehmen neue Mittel von dem Unternehmer herangetragen. Sie führen im Augenblick ihres Zuflusses tatsächlich zu einer Liquiditätserhöhung. Ihre Höhe ist durch die Zahlungskraft und durch die Vorstellungen des Unternehmers über die Zukunft des Unternehmens begrenzt. Ebenso wie die Zahlungskraft des Unternehmers müssen auch seine Vorstellungen über die zukünftige Entwicklung des Unternehmens als gegeben betrachtet werden. Wegen der vollkommenen Information müssen seine Ansichten mit dem tatsächlichen Weg der Unternehmung übereinstimmen, der sich hier nur nach den gegebenen Daten auf dem Beschaffungs- und Absatzmarkt richten kann. In der Realität sind neben der Entwicklung der Marktgrößen selbstverständlich auch die unternehmerischen Entscheidungen wichtig. Diese können hier jedoch außer Acht bleiben, da der Betriebsprozeß immer optimal unter den jeweiligen Umständen gesteuert wird.

Die Höhe der Beteiligungsfinanzierung muß aus den genannten Gründen als Datum dem Unternehmer im voraus bekannt sein und entsprechend in den Nebenbedingungen des Finanzierungsbereichs behandelt werden.

413.2 Einnahmen aus Fremdkapital-Aufnahme

Fremdkapital wird in verschiedenen Arten gewährt. Wegen der Wesensverschiedenheit empfiehlt sich hier eine Unterteilung in Handels- und Bankkredite.[1] Handelskredite werden gewährt, "entweder weil es handelsüblich ist, oder um zum Kauf" oder Verkauf "der Waren anzureizen."[2] Dazu zählen Lieferantenkredite und Kundenvorauszahlungen. Handelskreditgeber wollen an der Ware, Bankkreditgeber an der Kreditvergabe Gewinn erzielen.[3]

Lieferantenkredite treten im Zusammenhang mit Produktionsfaktorlieferungen auf, für die Ausgaben entstehen. Durch die Kreditaufnahme werden diese Ausgaben in eine spätere Periode verschoben. Sie sind nicht mehr in der Beschaffungsperiode liquiditätswirksam. Lieferantenkredite führen nicht zu Einnahmen, sondern nur zu einer Verschiebung von Ausgaben. Sie werden daher unter den Ausgaben für die Produktionsfaktoren behandelt.

Ein ähnliches Verhalten in Bezug auf die Umsätze zeigen die Kundenvorauszahlungen. Durch sie werden Einnahmen aus späteren Perioden vorgezogen. Kundenvorauszahlungen sind branchenbezogen und von den zukünftigen Umsätzen des Unternehmens abhängig, verhalten sich also ebenso wie die in 41.1 behandelten Zahlungen der Kunden nach der Umsatzperiode. Zur Ableitung der Einnahmen je Periode aus den Umsätzen wurde der Spektralvektor w gebildet. Zur Erfassung der Kundenvorauszahlungen ist sein Geltungsbereich auf den der Umsatzperiode vorangehenden Planungszeitraum auszudehnen. w_1 bezeichnet dann den Prozentsatz der Umsätze der Periode t + tv, der in der Periode t als Vorauszahlung geleistet wird, w_2 den Prozentsatz der Vorauszahlungen aus den Umsätzen der Periode t + tv - 1 usw. Wegen des engen Zusammenhangs der Kundenkreditrückzahlungen, der Einnahmen aus den Umsätzen und der Kundenvorauszahlungen ist es wenig sinnvoll, diese getrennt zu

---

1) Vgl. dazu: Jonas, H., Grenzen der Kreditfinanzierung, Wiesbaden 1960. Das Buch ist nach dieser Unterteilung gegliedert.

2) ders., a.a.O., S. 41 f.

3) ders., a.a.O., S. 133

erfassen. Vielmehr können diese Einnahmenarten für eine Periode t gemäß (V.5) zusammengefaßt dargestellt werden.

$$(V.5)\quad EA_t = \sum_{TE} p_{t+tv-(TE-1)} {}^{A}t+tv-(TE-1) {}^{w}TE \quad 1)$$

Es sei folgendes Beispiel angeführt: Vorausgezahlt werden von den Kunden 2o% des Umsatzes zwei Perioden und 3o% eine Periode vor der Lieferung. Bar in der Umsatzperiode t werden 2o% bezahlt, Kredite werden in Höhe von 3o% des jeweiligen Umsatzes gegeben, wovon 2o% in der der Umsatzperiode folgenden Periode und 1o% in der dieser folgenden Periode zurückgezahlt werden. Der Spektralvektor erhält daher folgende Elemente: (o,2; o,3; o,2; o,2; o,1). Das erste Element bezieht sich auf den Umsatz der t+2-ten Periode, das letzte Element auf den Umsatz der Periode t - 2, die anderen Elemente der Reihenfolge nach auf die dazwischenliegenden Perioden. Die Umsätze der Periode t + 2 bis t - 2 sind durch die folgende Zeile t der wertmäßigen Umsatzmatrix gegeben: (5ooo, 6ooo, 8ooo, 7ooo, 9ooo). Nach (V.5) oder durch Multiplikation der Zeile t der Umsatzmatrix mit dem Spektralvektor als Spaltenvektor ergeben sich folgende Einnahmen in der Periode t: Kundenkredite aus den Perioden t - 2 und t - 1 werden in Höhe von 7ooo·o,2 + 9ooo·o,1 = 23oo,- zurückgezahlt. Bar werden vom Umsatz dieser Periode 16oo,- gezahlt. Kundenvorauszahlungen auf die Umsätze der Perioden t + 1 und t + 2 gehen in Höhe von 5ooo·o,2 + 6ooo·o,3 = 28oo,- ein. Die Einnahmen in der Periode t aus Umsätzen betragen insgesamt 67oo,-. Wird der Umsatz der Periode t in Höhe von 8ooo,- mit den letzten beiden Elementen des Spektralvektors multipliziert und werden die Produkte addiert, dann zeigt sich, daß in der Periode t Kundenkredite in Höhe von 24oo,- gewährt werden.

Die zweite Form der zu behandelnden Kredite sind die Bankkredite. Sie werden von Institutionen gewährt, die außerhalb des eigentlichen betrieblichen Leistungsgeschehens stehen. Daher lassen sich kaum exakte Bezie-

---

1) Diese Gleichung berücksichtigt keine Abschläge vom Umsatz wegen Skontoinanspruchnahme oder wegen Zinsabzüge bei Vorauszahlungen.

hungen zwischen den maximalen Kreditbeträgen und dem betrieblichen Prozeß aufstellen. Es liegt im wesentlichen im Ermessen der Banken und ähnlicher Kreditinstitute, die Limits festzusetzen. Daher ist es notwendig, einen kurzen Überblick über die Auswahlkriterien bei der Kreditvergabe seitens der Banken zu geben. Nach Jonas[1] werden drei Kriterien bei dem Kunden untersucht:

die Kreditwürdigkeit und -fähigkeit,
die Möglichkeit der fristgerechten Rückzahlung und
die Sicherung gezahlter Kredite.

Die Anwendung dieser Merkmale auf die Selektion "ist niemals eine mechanische Angelegenheit; im Einzelfall ergeben sich eine Vielzahl von Faktoren, deren Gewicht im Lichte der Besonderheiten dieses Einzelfalls geprüft werden müssen."[2] Als Merkmale, die bereits in irgendeiner Form in den Modellen über den betrieblichen Leistungsprozeß berücksichtigt sind, sind hier zu nennen: die künftigen Aussichten für die Unternehmung und die Beziehungen zwischen der Vermögens- und der Kapitalstruktur.

Die künftigen Aussichten der Unternehmung lassen sich nach der Nachfrage- und Umsatzentwicklung und nach der Kostenentwicklung beurteilen. Wenn die Nachfrage und damit auch der Umsatz steigen, wird dem Unternehmen auch ein steigender Kredithöchstbetrag eingeräumt. Sofern dieser nur von der Nachfrage abhängig ist, muß er als gegebene Modellgröße betrachtet werden. Auch die Kostenentwicklung muß zu einem Kreditlimit als Datum führen, da sie aufgrund der Optimalitätsforderung des Betriebsprozesses vom Unternehmer nicht negativ beeinflußt werden kann. Sie ist deshalb als Beschaffungskostenentwicklung und so als exogene Bestimmungsgröße des maximalen Kreditbetrages aufzufassen. Wird dieser dagegen am Umsatz orientiert, so ist er durch den Unternehmer indirekt disponibel.

Die Beziehungen zwischen der Vermögens- und der Kapitalstruktur bilden heute noch bei den Banken einen wichtigen

---

1) Jonas, H., Grenzen der Kreditfinanzierung, S. 18o ff., Wiesbaden 196o

2) Jonas, H., a.a.O., S. 181.

Maßstab zur Beurteilung eines Unternehmens. Es werden Beziehungen zwischen der Vermögens- und der Kapitalseite der Bilanz aufgestellt, wie z.B. die goldene Bilanzregel, die besagt, daß das Anlagevermögen möglichst durch Eigenkapital und eventuell durch langfristiges Fremdkapital gedeckt werden muß.[1] Das Anlagevermögen stimmt in der Untersuchung mit den Restbuchwerten der im Unternehmen in einer bestimmten Periode vorhandenen Potentialfaktoren überein. Wird die goldene Bilanzregel zur Bestimmung des maximalen Betrages an langfristigen Krediten herangezogen, so muß der tatsächlich aufgenommene Kredit FLB in der Periode t innerhalb der Grenzen liegen, die sich aus dem Restbuchwert abzüglich des Eigenkapitals ergeben:

$$(V.6)\quad FLB_t \leq \sum_{N_t^+}(H^{N^+} - \sum_{t''} D_{t''}^{N^+} v_{t''}^{N^+}) v_t^{N^+} - EK_t$$

In der Regel wird aber auch das Anlagevermögen zur dinglichen Sicherung von langfristigen Krediten herangezogen. Die Kreditgrenze richtet sich in diesem Fall nach dem vorhandenen Anlagevermögen, das nur bis zu einer bestimmten Grenze - in Deutschland etwa zwischen 4o und 6o% des Zeitwertes - beliehen werden kann. Statt (V.6) würde in diesem Fall (V.7) gelten, wobei der Prozentsatz der Beleihungsgrenze durch m bezeichnet wird.

$$(V.7)\quad FLB_t \leq \frac{m}{100} \sum_{N_t^+}(H^{N^+} - \sum_{t''} D_{t''}^{N^+} v_{t''}^{N^+}) v_t^{N^+}$$

Das kurzfristig aufgenommene Fremdkapital sollte ungefähr dem Umlaufvermögen entsprechen. Dieses setzt sich hier aus den Lagerbeständen, den Forderungen und dem Kassenbestand zusammen. Unter den Lagerbeständen sind die Lagerbestände der betrachteten Periode zu verstehen, die mit den in dieser Periode geltenden Preisen bewertet werden müssen. Der Kassenbestand am Ende der Periode wird aus der Differenz der Einnahmen und Ausgaben dieser Periode zuzüglich des Kassenbestandes am Anfang der Periode gebildet. Die Forderungs-Endbestände setzen sich aus den noch nicht bezahlten Umsätzen der Vorperioden und den neuen Forderungen aus den Umsätzen der betrachteten Periode zusammen. Zu ihrer Berechnung dient der Spektralvektor. Da dieser nicht nur die Forderungen umfaßt, sondern

1) S.u.a.: Sandig, C., Finanzierung mit Fremdkapital, S. 2 ff.; Sellien, H., Finanzierung und Finanzierungsplanung, S. 51 ff., Wiesbaden, o.J.

auch die Vorauszahlungen und sofortigen Barzahlungen, sind die Elemente, die sich auf die letzten beiden Zahlungsarten beziehen, hier ohne Bedeutung, so daß zur Berechnung der Forderungen maximal nur te - (tv + 1) Elemente wichtig sind. Die Umsätze sind maximal soweit zurückzuverfolgen, wie aus ihnen noch Forderungen in der betrachteten Periode abgeleitet werden; und zwar bis zu der Periode t - (te - tv). In der Periode t sind aus diesen vergangenen Umsätzen nur noch $A_{t-(te-tv)} \cdot p_{t-(te-tv)} w_{te}$ Forderungen übriggeblieben. Die Forderungen aus der Periode t - (te - tv) + 1 ergeben sich durch Addition der Forderungen, die in t + 1 und t + 2 fällig werden. Der Umsatz muß also mit der Summe der letzten zwei Elemente des Spektralvektors multipliziert werden und zu den Forderungen aus dem Umsatz der Periode t - - (te - tv) addiert werden. Allgemein sind die Forderungs-Endbestände FE der Periode t durch (V.8) dargestellt.

$$(V.8) \quad FE = \sum_{tf} A_{tf} \sum_{ts} w_{ts} \qquad \begin{matrix} ts = te-tf+1,\ldots,te \\ tf = t-(te-tv),\ldots,t \end{matrix}$$

Bei strenger Einhaltung der o.a. Regel läßt sich die maximale Kredithöhe des kurzfristigen Bankkredits allgemein bestimmen:

kurzfristiges Bankkreditlimit = bewertete Lagerbestände
+ Kassenbestand
+ Forderungen
- Handelskredite.

Auch bei kurzfristigen Krediten spielt gelegentlich die Sicherung eine Rolle. Verpfändet werden können die Lagerbestände und die Forderungen an Kunden. In beiden Fällen muß sich der tatsächlich in Anspruch genommene Kredit innerhalb gewisser Grenzen analog zu (V.7) bewegen.

In der vorangegangenen Untersuchung über die Bankkredite wurde festgestellt, wie hoch das in einer Periode von den Banken zur Verfügung gestellte Kapital sein kann, wenn alle Bankkreditlimits ausgeschöpft sind. Das bedeutet aber nicht unbedingt, daß Barmittel in gleicher Höhe während einer Periode in die Unternehmung fließen, da ein Teil der Kredite schon in früheren Perioden auf-

genommen worden sein und damit in diesen Perioden zu Einnahmen geführt haben kann. Daher müssen zur Berechnung der Einnahmen von den in der Untersuchungsperiode kurz- und langfristig gewährten Krediten die entsprechenden Kredite der Vorperiode abgezogen werden. Als Ergebnis erhält man die Nettoeinnahmen, die dann negativ sind, wenn die Bankkredit-Inanspruchnahme der Untersuchungsperiode niedriger ist als die der Vorperiode. Werden zu den Nettoeinnahmen die Ausgaben, die durch Kreditrückzahlungen in der Untersuchungsperiode aus früher aufgenommenen Krediten entstehen, hinzugezählt,[1] so ergeben sich die Bruttoeinnahmen aus der Aufnahme neuer Kredite:

$$(V.9) \quad EFK_t = FLB_t - FLB_{t-1} + FKB_t - FKB_{t-1} + AFK_t$$

4.2 Die Ableitung der Ausgaben

Der größte Teil der betrieblich bedingten Ausgaben wird durch den notwendigen Kauf von Produktionsfaktoren verursacht. Daneben sind noch die Ausgaben für zurückzuzahlende Kredite, für die Gewinnausschüttung und für Steuerzahlungen zu erwähnen.

42.1 Die Ausgaben für den Kauf von Produktionsfaktoren

Wegen der unterschiedlichen Behandlung der Repetier- und Potentialfaktoren ist es erforderlich, getrennt die Wirkungen beider Faktorgruppen auf die Ausgaben einer Periode herauszuarbeiten.

421.1 Die Ausgaben für den Kauf von Repetierfaktoren

Entsprechend der Feststellung der Einnahmen aus dem Umsatz je Periode bietet auch die Ermittlung der Ausgaben aus dem Kauf von Repetierfaktoren dann keine Schwierigkeiten, wenn in der Kaufperiode in bar gezahlt wird. Es ist lediglich der summierte Wert der in der Periode gekauften Faktoren als Ausgabenbetrag dieser Periode anzusetzen, der durch

---

1) Zu den Ausgaben siehe Kapitel 42.2.

$$AS_t = \sum_S \pi_t^S q_t^S \quad \text{bzw.} \quad AJ_t = \sum_J \pi_t^J q_t^J \qquad 1)$$

gegeben ist. Diese einfache Ausgabenrechnung genügt in vielen Fällen nicht. Vielmehr sind zwei Situationen denkbar, denen sich der Unternehmer bei der Bestimmung der Ausgabenzeitpunkte gegenübersehen kann:

a) Die Zahlungstermine sind ihm fest vorgegeben. Analog zur Einnahmenberechnung aus den Umsätzen kann auch hier als Hilfsmittel ein Spektralvektor herangezogen werden, wenn in Perioden gezahlt wird, die von der Beschaffungsperiode abweichen. Die Vektorelemente bezeichnen jetzt die Ausgaben, die aus den Beschaffungsvorgängen in den einzelnen Perioden anfallen. Die Summe der Elemente des Ausgaben-Spektralvektors wa ist gleich 1. Sie kann kleiner sein, wenn ein Skonto gewährt wird. Durch Multiplikation mit der der Umsatzmatrix entsprechenden Beschaffungsmatrix, die aus den Elementen $\sum_S \pi_t^S q_t^S$ der zu untersuchenden Zeiträume gebildet wird, ergeben sich die Ausgaben für die einzelnen Perioden. Analog zu (V.1) sind die Ausgaben aus den Repetierfaktorkäufen durch (V.1o) wiedergegeben.

$$(V.1o)\quad AS = \sum_S \sum_{TA} \pi_{t-(TA-1)}^S q_{t-(TA-1)}^S wa_{TA}^S$$

Bei bestimmten Produktionsfaktoren können Zahlungsvorgänge in einem bestimmten Rhythmus periodisch wiederkehren. Sind z.B. die Ausgaben aus Akkordlöhnen zu bestimmen, die alle vier Wochen zu zahlen sind, beträgt die Periodenlänge aber nur eine Woche, so treten in drei Perioden überhaupt keine Zahlungsvorgänge aus den Akkordlönnen auf, in der vierten Woche dagegen müssen die Löhne der ersten bis vierten Woche einschließlich als Ausgaben berücksichtigt werden. Eine Darstellung dieser Ausgaben mithilfe der Beschaffungsmatrix und dem Ausgaben-Spektralvektor läßt sich hier nicht durchführen, da in jeder Periode ein anderer Spektralvektor gilt. Es bereitet aber in den numerischen Modellen keine Schwierigkeiten, alle

---

1) Wegen der Gleichheit der Aussagen bei beiden Faktorgruppen wird im folgenden nur immer die Gruppe S behandelt. Die Aussagen gelten ebenso für J.

zwischen zwei Zahlungszeiträumen liegenden Akkordlöhne auf den nächstfolgenden Zahlungstermin als Ausgaben zu beziehen.

b) Der Unternehmer kann in gewissen Grenzen selbst die Zahlungsbedingungen beeinflussen. Dann ist es möglich, einen Spektralvektor für jede Periode zu finden, der optimal in Bezug auf das unternehmerische Gesamtziel ist. Er wird jedoch nur dann einen direkten Einfluß auf die Zielfunktion ausüben, wenn Skontoabzüge berücksichtigt werden und diese als Kostenminderung aufgefaßt werden. Zunächst wird die Betrachtung ohne Skontoabzug durchgeführt. Da die Vektorelemente im voraus unbekannt sind, müssen sie in geeigneter Weise mit den anderen bereits vorhandenen Systemgrößen derart verbunden werden, daß sie durch die optimale Lösung des Modells ebenfalls determiniert sind. Dazu sind weitere Nebenbedingungen einzuführen. Die Elemente des Spektralvektors wa_t^S werden im folgenden mit $wa_t^{s,tc}$ bezeichnet. $wa_t^{s,tc}$ ergibt den Anteil der in der Periode t angefallenen Aufwendungen für die Repetierfaktorgruppe S an, der in der Periode tc zu Ausgaben führt. Der Index tc' beginnt bei t und endet bei einem zukünftigen Zahlungstermin tc, der aufgrund sonstiger Lieferbedingungen nicht mehr überschritten werden darf. Da der gesamte Rechnungsbetrag innerhalb dieses Zeitraums zu bezahlen ist, ergibt sich als erste Gruppe der neuen Nebenbedingungen für alle t:

$$(V.11)\quad \sum_{tc'} wa_t^{t+tc'} = 1$$

Unterscheiden sich die Spektralvektoren noch für die einzelnen Repetierfaktoren untereinander, dann ist (V.11) zusätzlich noch auf alle S zu beziehen. Die Ausgaben einer bestimmten Periode ta sind gegeben durch:

$$(V.12)\quad AS_{ta} = \sum_{tc'} \sum_{S} wa_{ta-tc'}^{S,ta} \cdot \pi_{ta-tc'}^{S} \cdot q_{ta-tc'}^{S}$$

Weitere Nebenbedingungen können dadurch entstehen, daß die Lieferanten z.B. eine bestimmte Mindestanzahlung bei Lieferung fordern, so daß $wa_t^{s,t}$ mindestens einen

gegebenen Wert erreichen muß.

Durch die Nebenbedingungen (V.11) und (V.12) sind die Ausgaben für die Repetierfaktoren je Periode in der Optimallösung nur dann bestimmt, wenn der finanzielle Bereich einen Engpaß bildet. Der Grund für die nicht eindeutige Determinierung der Ausgaben-Spektralvektorelemente in den anderen Fällen ist darin zu suchen, daß es im Modell bei genügenden Einnahmen je Periode unbedeutend ist, wann der Unternehmer die Käufe bezahlt. Daran ändert sich auch nichts, wenn der praxisnahe Fall angenommen wird, daß er Zinsen für die Lieferantenkredite zu zahlen hat, da diese gezahlten Zinsen nicht den zu maximierenden Betriebsgewinn beeinflussen. Das Gleiche gilt auch für die Einbeziehung von ihm unter bestimmten Bedingungen gewährten Skonti, wenn diese nicht als Kostenminderungen angesehen werden. In diesen Fällen muß in einer Nebenrechnung, die von den bekannten optimalen Werten des Hauptmodells ausgeht, die optimale Zahlungsweise ermittelt werden. Als Ziel der Nebenaufgabe sind die Skonti bzw. Zinserträge zu maximieren.

Eine genauere Bestimmung der Zahlungsweise durch das Hauptmodell ist jedoch dann möglich, wenn Skontoerträge als Kostenminderungen angesehen werden. Sie müssen dann in der Zielfunktion enthalten sein und führen dadurch zu einer Gewichtung der Ausgaben, die abhängig vom Zahlungstermin ist. Sofern Skonti nur für Barzahlungen in der Lieferperiode gewährt werden, kann nur der in der Lieferperiode zu zahlende Betrag optimal aus dem Hauptmodell bestimmt werden. Bleibt dann noch eine Restzahlungssumme übrig, muß sie auf die verbleibende Zahlungsperiode ebenfalls durch die bereits erwähnte Nebenberechnung verteilt werden.

Zur Einbeziehung von Skontoerträgen als Kostenminderungen muß das Hauptmodell in der Zielfunktion und in der Nebenbedingung (V.12) oder (V.11) verändert werden, je nachdem, wie der Ausgaben-Spektralvektor

verstanden wird.[1] Geben die Vektorelemente den zu zahlenden Anteil an der Rechnungssumme vor Skontoabzug an, gilt (V.11) weiter. In der Zielfunktion ist ebenso wie bei dem Ausgabenbetrag der Skontoabzug gesondert zu berücksichtigen. Ein Skonto wird nur für Zahlungen in der Lieferperiode gewährt; der Prozentsatz wird mit xa bezeichnet. Der in (IV.1) wiedergegebene Gewinnminderungsposten für die Repetierfaktorkäufe ist zu ändern in:

$$(V.13) \quad -\sum_S \pi_t^S q_t^S \left(1 - \frac{xa}{100}\right) wa_t^{S,t} - \sum_S \sum_{tc^*} \pi_t^S q_t^S wa_t^{S,t+tc^*}$$

Die Ausgaben der Periode t können aus (V.12) abgeleitet werden, indem die Zahlungen für tc' = 0 um den Skontobetrag vermindert werden:

$$(V.14) \quad AS_t = \sum_S \pi_t^S q_t^S \left(1 - \frac{xa}{100}\right) wa_t^{S,t} - \sum_{tc^*} \sum_S \pi_{t-tc^*}^S q_{t-tc^*}^S wa_{t-tc^*}^{S,t}$$

Werden die Ausgaben-Spektralvektorelemente derart definiert, daß sie den effektiv in jeder Periode zu zahlenden Anteil der Rechnungssumme darstellen, so ist (V.11) zu ändern in:

$$(V.11.1) \quad \sum_{tc'} wa^{S,t+tc'} = 1 - \frac{wa_t^{S,t}}{1 - \frac{xa}{100}}$$

(V.13) vereinfacht sich zu (V.13.1).

$$(V.13.1) \quad -\sum_{tc'} \sum_S q_t^S wa_t^{S,t+tc'}$$

Statt (V.14) bleibt (V.12) bestehen. Im folgenden wird wegen des Ausweises des Skonto in der Zielfunktion auf die erste Schreibweise zurückgegriffen.

Es kommt häufig vor, daß unterschiedliche Skontosätze für Zahlungen zu verschiedenen Terminen gegeben werden.[2] Sofern die Skonti bis zur letztmöglichen Zahlungsperiode gewährt werden, führen sie dazu, daß alle Zahlungstermine

---

1) Siehe auch analog für den Einnahmen-Spektralvektor Anm. 1 auf Seite 126.

2) Zum Beispiel: Bei Zahlung in der Lieferperiode: 3% Skonto
" " eine Periode später : 2% "
" " zwei Perioden später: 1% "
" " drei Perioden später: --

Einfluß auf den maximalen Gesamtgewinn ausüben. Dann läßt sich eindeutig die optimale Zahlungsweise durch die Lösung des Hauptmodells bestimmen. Wird der Skonto-Prozentsatz, der für Zahlung nach tc' (tc' = 0, 1, ...,tc) Perioden nach der Lieferperiode mit $xa^{tc'}$ bezeichnet, sind (V.13) bzw. (V.14) umzuformen in (V.13.2) bzw. (V.14.1).

$$(V.13.2) \quad - \sum_{tc'} \sum_{S} \pi_t^S q_t^S \left(1 - \frac{xa^{tc'}}{100}\right) wa_t^{S,t+tc'}$$

$$(V.14.1) \quad AS_t = \sum_{tc'} \sum_{S} \pi_{t-tc'}^S q_{t-tc'}^S \left(1 - \frac{xa^{tc'}}{100}\right) wa_{t-tc'}^{S,t}$$

421.2 Die Ausgaben für die Beschaffung von Potentialfaktoren

Wegen der großen Bedeutung der Ausgaben für die Beschaffung von Potentialfaktoren wurden bereits in den Modellen mit Investitionsmöglichkeiten Nebenbedingungen aufgenommen, die gewährleisten sollten, daß die zur Finanzierung bereitstehenden Beträge durch die Modellösung nicht überschritten werden. Für Anlageinvestitionen gilt Ungleichung (IV.9) und für Lagerkapazitätserweiterungen Ungleichung (IV.15). Beide Ungleichungen können nicht ohne weiteres in ein Modell übernommen werden, in dem der Finanzierungsbereich ebenfalls Variable enthält. Denn die Finanzierungsbeträge für Anlage- und Lagerkapazitätsinvestitionen sind in diesem Modell interdependent zu anderen Finanzierungsbeträgen. Aus den beiden Ungleichungen können jedoch die Ausgaben für die Anlageinvestitionen je Periode (= AI) und die Ausgaben für Lagerkapazitätserweiterungen (= AL) abgeleitet werden, da die jeweilige linke Seite der genannten Ungleichungen die Ausgaben in der Beschaffungsperiode unter der Voraussetzung angibt, daß die Beschaffungskosten sofort in bar gezahlt werden. Daher gelten (V.15) und (V.16).

$$(V.15) \quad AI_t = \sum_{N+} H^{N^+} \left(v_t^{N^+} - v_{t-1}^{N^+}\right) v_t^{N^+}$$

$$(V.16) \quad AL_t = H^{LK}(LK_t - LK_{t-1})$$

Für (V.16) muß die Nebenbedingung eingeführt werden, daß die Lagerkapazität der Vorperiode höchstens der Lagerkapa-

zität der Untersuchungsperiode entspricht:

(V.16.1) $LK_{t-1} \leq LK_t$

Ist diese Voraussetzung nicht gegeben, entstehen keine Ausgaben, sondern Einnahmen, da das Lager verkleinert wird. Statt der Anschaffungskosten je Lagerkapazitäts-Einheit ist der Liquidationserlös je Einheit (= LQ^{LK}) einzusetzen, so daß für die Einnahmen gilt:

(V.17) $EL_t = LQ^{LK}(LK_t - LK_{t-1})$

(V.17.1) $LK_{t-1} \geq LK_t$

Falls die Investitionen nicht sofort in bar gezahlt werden, ist wieder ein Ausgaben-Spektralvektor wa_t^I bzw. wa_t^{LK} einzuführen, der entweder bekannt ist oder optimal bestimmt werden kann. Es treten dabei die gleichen Probleme auf, die ausführlich im Zusammenhang mit dem Ausgaben-Spektralvektor für Repetierfaktorkäufe behandelt worden sind. Anstelle (V.15) und (V.16) sind (V.18) und (V.19) einzusetzen, die die Ausgaben einer bestimmten Periode aus Potentialfaktorkäufen unterschiedlicher Perioden wiedergeben.

(V.18) $AI_t = \sum_{tc'} \sum_{N^+} H^{N^+}(v^{N^+}_{t-tc'} - v^{N^+}_{t-tc'-1}) v^{N^+}_{t-tc'} \cdot wa^{I,t}_{t-tc'}$

(V.19) $AL_t = \sum_{tc'} H^{LK}(LK_{t-tc'} - LK_{t-tc'-1})\ wa^{LK,t}_{t-tc'}$

Selbstverständlich lassen sich auch Skontoabzüge sowohl in der Zielfunktion als auch in den Nebenbedingungen berücksichtigen, wobei analog zu den Gleichungen (V.13) bis (V.14.1) vorzugehen ist.

42.2 Die Ausgaben für die Kapitalrückzahlungen

Aufgenommenes Kapital - sei es Eigen- oder Fremdkapital - muß irgendwann einmal zurückgezahlt werden. Eigenkapital wird nur in wenigen Fällen zurückgezahlt, da Gewinnausschüttungen, die gesondert im nächsten Abschnitt untersucht werden, nicht dazu zu rechnen sind. Ebenso wie die Kapitalaufnahme durch Beteiligungsfinanzierung als exogene Größe zu betrachten ist, ist auch die Eigen-

kapital-Rückzahlung als gegeben anzusehen. Wird aber Kapital nur zurückgezahlt, wenn finanzielle Überschüsse in einer Periode vorhanden sind, so ist der Rückzahlung damit eine aus dem Modell bestimmbare Grenze gesetzt, die sich aus der Differenz der Einnahmen und Ausgaben je Periode zusammensetzt. Plante der Unternehmer vor der Kenntnis der optimalen Modellösung eine höhere Rückzahlung, so wird diese auf den Überschußbetrag gesenkt. Ein Kassenbestand zu Beginn der nächsten Periode ist dann nicht vorhanden. Liegt dagegen der Planungsbetrag innerhalb der Grenze, so wird er voll ausgezahlt. Der Rest wird als Anfangs-Kassenbestand in die nächste Periode übertragen.

Fremdkapital in Form von Handelskrediten muß ebenfalls zurückgezahlt werden. Die Einbeziehung dieser Kredite und der damit verbundenen Ausgaben in die Modellbetrachtung wurde bereits bei den Ausgaben für die Käufe von Produktionsfaktoren durchgeführt,[1] da es sich bei den Handelskrediten regelmäßig um die zeitlich verzögerte Bezahlung von Faktorkäufen handelt. Bei Kundenvorauszahlungen treten dagegen keine Ausgaben auf. Vielmehr werden hier Einnahmen vorweggenommen.[2]

Modellanalytisch ebenso wie die Handelskreditrückzahlungen sind die Bankkreditrückzahlungen aufzufassen. In den meisten Fällen sind von den Banken sowohl bei lang- als auch bei kurzfristigen Krediten die Zahlungsmodalitäten vorgeschrieben. Daraus können verhältnismäßig einfach die periodischen Rückzahlungen abgeleitet werden, indem auch hier wieder ein Ausgaben-Spektralvektor als Hilfsmittel eingeführt wird. Sofern die Rückzahlungsweise im Ermessen des Unternehmers liegt, ist sie nach Ermittlung der Hauptmodellösung in dem bereits erwähnten Nebenprogramm simultan mit etwaigen anderen wahlweisen Zahlungsmöglichkeiten zu optimieren.

---

1) Siehe dazu Kapitel 42.1
2) Siehe dazu Kapitel 41.1

42.3 Die Ausgaben für die Gewinnausschüttungen

In der Praxis der großen Unternehmungen, die ihre Jahresabschlüsse veröffentlichen, ist es üblich, den Gewinn so auszuweisen, daß gerade der Betrag auszuschütten ist, der von den Führungsorganen der Gesellschaften gewünscht wird.[1] In die Modellbetrachtung kann eine derartige Handlungsweise nicht übernommen werden, da hinsichtlich des Ausweises eines bestimmten Gewinnbetrages keine Wahlmöglichkeiten bestehen.[2] Es ist daher nach den Kriterien zu suchen, nach denen sich die Ausschüttungshöhe richten muß bzw. soll. Es sind drei Beschränkungen zu erwähnen, von denen zwei teilweise obligatorischen Charakter tragen, während die dritte mehr eine Richtlinie darstellt.

Die erste Beschränkung besteht darin, daß nicht mehr ausgeschüttet werden kann, als finanzielle Überschüsse vorhanden sind. Zur Berechnung dieser Überschüsse sind selbstverständlich auch die Kredite hinzuzurechnen, die noch nicht in Anspruch genommen, aber bereits vereinbart sind.

Die zweite Einschränkung der Ausschüttungshöhe ist dadurch bestimmt, daß der ausgeschüttete Gewinn nicht höher sein darf als der sich tatsächlich ergebende Gewinn. Meist wird diese Einschränkung noch enger dadurch gefaßt, daß nur ein bestimmter Prozentsatz der erzielten Gewinne verteilt wird, während der Rest zur Selbstfinanzierung im Betrieb behalten wird.

Die dritte Beschränkung, die hauptsächlich in der Praxis der Aktiengesellschaften zu finden ist, besagt, daß der Dividendensatz möglichst konstant gehalten werden soll. Diese Verhaltensweise führt dazu, daß die zweite Be-

---

1) Zu den damit verbundenen Ausgaben werden in dieser Untersuchung auch die Zahlungen für gewinnabhängige Steuern gerechnet. Die Ausgaben für die Betriebssteuern sind bereits in den Faktorkosten und damit in den daraus abgeleiteten Ausgaben enthalten, so daß darauf nicht weiter eingegangen zu werden braucht.

2) In der Praxis kann die Gewinnhöhe durch unterschiedliche Bewertung der Bilanzpositionen in bestimmten Grenzen manipuliert werden.

schränkung doch nicht derart streng eingehalten werden muß, wie sie am Anfang formuliert worden ist. Vielmehr werden in günstigen Perioden aus den entstandenen Gewinnen offene oder stille Rücklagen gebildet, die in ungünstigen Perioden wieder aufgelöst werden und damit zu einer Gewinnerhöhung in diesen Perioden beitragen können. Eine derartige Verhaltensweise wird auch hier zugrundegelegt; und zwar deshalb, weil aus der in (IV.1) wiedergegebenen Zielfunktion nicht ohne weiteres die Periodengewinne abgeleitet werden können. Dazu bedarf es einer Bewertung der Lagerbestände bzw. einer Zielfunktion, wie sie durch (II.1.1) dargestellt ist. Da hier auf die vereinfachte Schreibweise zurückgegriffen wird, ist nur der Gewinn des Gesamtzeitraums im System enthalten. Es wird unterstellt, daß ein bestimmter Prozentsatz dieses Gewinns (= pg) während des Untersuchungszeitraums ausgeschüttet wird. Dieser Prozentsatz wird auf die gesamte Periode in einem konstanten Verhältnis verteilt. Die Ausgaben in jeder Periode für den ausgeschütteten Gewinn betragen daher:

$$(V.2o) \quad AG_t = \frac{G \cdot pg}{100t^*}$$

Falls neben den in den Modellen enthaltenen Kosten noch sonstige restfixe Kosten auftreten, muß der Gewinn G um diese vermindert werden:

$$(V.21) \quad AG_t = \frac{(G - \sum_t RFK_t)pg}{100t^*}$$

Zur Berechnung der Ausgaben aus der Gewinnausschüttung im Rahmen der Modelle ist anstelle der Variablen G die jeweils gültige Zielfunktion einzusetzen.

Der auf diese Weise ermittelte Ausschüttungsbetrag erfüllt die drei o.a. Bedingungen. Um die Starrheit des Ausschüttungsbetrages etwas zu mindern, könnte der je Periode auszuschüttende Prozentsatz dadurch variiert werden, daß er in Abhängigkeit zum Periodenumsatz gebracht wird. Ohne Berücksichtigung der restfixen Kosten ist dann bei proportionaler Abhängigkeit des Ausschüt-

tungsbetrages vom wertmäßigen Periodenumsatz der Ausgabenbetrag durch (V.22) charakterisiert:

$$(V.22) \quad AG_t = \frac{G \cdot pg_A A_t p_t}{100}$$

pg_A bezeichnet hierbei den Prozentsatz des auszuschüttenden Gewinns je wertmäßiger Umsatzeinheit. Als Nebenbedingung muß eingefügt werden, daß der ausgeschüttete Gewinn nur einen bestimmten Prozentsatz des erzielten Gewinns betragen darf, so daß gilt:

$$(V.23) \quad pg_A \sum_t A_t p_t = pg$$

4.3 Die Berücksichtigung der Einnahmen und Ausgaben in einem Gesamtmodell

Die im vorigen Kapitel einzeln erfaßten Einnahmen- und Ausgabenarten müssen nunmehr in die bereits vorhandenen Modelle eingegliedert werden. Dabei ist zu beachten, daß die verschiedenen Einnahmen- und Ausgabenarten nicht isoliert voneinander angesetzt werden dürfen, da zwischen ihnen Interdependenzbeziehungen bestehen. Im ersten Abschnitt dieses Kapitels ist daher zunächst aufzuzeigen, wie die Einnahmen und Ausgaben miteinander verbunden werden müssen.

43.1 Die Gegenüberstellung der Einnahmen und Ausgaben

Die Bedingung für das finanzielle Gleichgewicht einer Unternehmung lautet, daß die Ausgaben die Einnahmen zuzüglich des Kassen-Anfangsbestandes einer Periode niemals überschreiten dürfen. Grundsätzlich gilt diese Forderung für jeden Zeitpunkt. Da hier eine Periodenbetrachtung durchgeführt wird, kann diese Maxime in der Untersuchung nur auf die Periode bezogen werden. Werden der Kassenbestand am Anfang der Periode t mit KB_t, die Einnahmen aus Eigenkapital-Aufnahme während der Periode t mit EEK_t, die Einnahmen aus Fremdkredit-Aufnahme mit EFK_t [1], die entsprechenden Ausgaben mit AEK_t und AFK_t [1]

---

1) Hierunter fallen nur die Kredite und ihre Rückzahlungen, die nicht bei den Faktorkäufen bzw. Faktorverkäufen erfaßt worden sind. Es sind also die Bankkredite und ihre Rückzahlungen.

und die anderen Einnahmen- und Ausgabenarten mit den bereits benutzten Symbolen bezeichnet, so gilt für eine beliebige Periode t zur Aufrechterhaltung des finanziellen Gleichgewichts:

$$(V.24)\quad AR_t + AI_t + AL_t + AEK_t + AFK_t + AG_t \leq$$
$$\leq EA_t + ER_t + EI_t + EL_t + EEK_t + EFK_t + KB_t$$

Von diesen Größen ist bisher der Kassenbestand nicht untersucht worden, da sich dieser erst aus der Gegenüberstellung der Einnahmen und Ausgaben errechnen läßt. Gegeben ist lediglich der Kassenbestand am Anfang der ersten Planungsperiode. Der Kassen-Anfangsbestand der zweiten Periode ergibt sich aus dem Überschuß der Einnahmen zuzüglich des Anfangs-Kassenbestandes über die Ausgaben der ersten Periode, so daß der Kassenbestand der zweiten Periode nach (V.25) bestimmt ist und als Gleichgewichtsbedingung (V.26) gilt.

$$(V.25)\quad KB_2 = EA_1 + ER_1 + EI_1 + EL_1 + EEK_1 + EFK_1 + KB_1 -$$
$$- (AR_1 + AI_1 + AL_1 + AEK_1 + AFK_1 + AG_1)$$

$$(V.26)\quad AR_2 + AI_2 + AL_2 + AEK_2 + AFK_2 + AG_2 \leq$$
$$\leq EA_2 + ER_2 + EI_2 + EL_2 + EEK_2 + EFK_2 +$$
$$+ EA_1 + ER_1 + EI_1 + EL_1 + EEK_1 + EFK_1 -$$
$$- (AR_1 + AI_1 + AL_1 + AEK_1 + AFK_1 + AG_1) + KB_1$$

Werden die Ausgaben auf die linke Seite der Ungleichung genommen, kann (V.26) allgemein für t Perioden geschrieben werden:

$$(V.27)\quad \sum_{\hat{t}} (AR_{\hat{t}} + AI_{\hat{t}} + AL_{\hat{t}} + AEK_{\hat{t}} + AFK_{\hat{t}} + AG_{\hat{t}}) \leq$$
$$\leq \sum_{\hat{t}} (EA_{\hat{t}} + ER_{\hat{t}} + EI_{\hat{t}} + EL_{\hat{t}} + EEK_{\hat{t}} + EFK_{\hat{t}}) + KB_1$$

Werden statt der Einnahmen- und Ausgabensymbole die modellendogenen Größen eingesetzt gemäß den abgeleiteten Be-

ziehungen - sofern sich derartige Beziehungen in Form von Gleichungen ergeben haben -, ist daher die Nebenbedingung in folgender Form für alle t Perioden zu schreiben:

$$
\begin{aligned}
(V.28)\quad & \sum_{\hat{t}} \Big(\sum_{tc'} \Big(1 - \frac{xa^{tc'}}{100}\Big) \Big(\sum_{S} \pi^{S}_{\hat{t}-tc'} q^{S}_{\hat{t}-tc'} wa^{S,\hat{t}}_{\hat{t}-tc'} + \\
& + \sum_{J} \pi^{J}_{\hat{t}-tc'} q^{J}_{\hat{t}-tc'} wa^{J,\hat{t}}_{\hat{t}-tc'} \Big) + \sum_{N^+} H^{N^+} \big(v^{N^+}_{\hat{t}-tc'} - \\
& - v^{N^+}_{\hat{t}-tc'-1} \big) v^{N^+}_{\hat{t}-tc'} wa^{I,\hat{t}}_{\hat{t}-tc'} + H^{LK} \big(LK_{\hat{t}-tc'} - \\
& - LK_{\hat{t}-tc'-1} \big) wa^{LK,\hat{t}}_{\hat{t}-tc'} + AEK_{\hat{t}} + AFK_{\hat{t}} \Big) + \frac{(G - \sum_{t'} RFK_{t}) pg}{100t^*} \\
& \leq \sum_{\hat{t}} \Big(\sum_{te'} \Big(1 - \frac{xe^{te'}}{100}\Big) p_{\hat{t}-(te'-1)} A_{\hat{t}-(te'-1)} w_{te'} + \\
& + \sum_{J} q v^{J}_{\hat{t}} \pi v^{J}_{\hat{t}} + \sum_{S} q v^{S}_{\hat{t}} \pi v^{S}_{\hat{t}} + \sum_{N^+} \big(v^{N^+}_{\hat{t}-1} - v^{N^+}_{\hat{t}} \big) v^{N^+}_{\hat{t}-1} \big(H^{N^+} - \\
& - \sum_{\hat{t}} D^{N^+}_{\hat{t}} v^{N^+}_{\hat{t}} \big) + LQ^{LK} \big(LK_{\hat{t}} - LK_{\hat{t}-1} \big) + EEK_{\hat{t}} + EFK_{\hat{t}} \Big) + KB_{1}
\end{aligned}
$$

43.2 Überblick über das Gesamtmodell

Durch Einführung des Finanzierungsbereichs erhöht sich die Komplexität der Modelle wesentlich. Dieser Abschnitt soll dazu beitragen, noch einmal einen Überblick über ein Modell mit bestimmten Voraussetzungen zu vermitteln. Es handelt sich um ein Unternehmen, dem zu Beginn des Planungszeitraums eine bestimmte Anzahl von Produktiveinheiten zur Verfügung steht. Im weiteren Verlauf des Planungszeitraums können Investitionen bzw. Desinvestitionen durch unternehmerische Initiative vorgenommen werden. Zum anderen sind Desinvestitionsvorgänge zwangsläufig durch die Abnutzung der produzierenden Aggregate gegeben. Repetierfaktoren können bei verschiedenen Lieferanten beschafft werden. Skonti werden sowohl auf der Beschaffungsseite als auch auf der Absatzseite gewährt. Im ersten Falle werden sie als Kostenminderungen, im zweiten Fall als Erlösminderungen aufgefaßt und müssen daher in der Zielfunktion zum Ausdruck kommen. Zielkäufe und -verkäufe treten ebenfalls auf, so daß Spektralvek-

toren benötigt werden. Zur Erhöhung der Einnahmen einer Periode können Repetierfaktoren gegen Barzahlung verkauft werden.

Gegenüber der durch (IV.1) dargestellten Zielfunktion ändern sich die drei ersten Summanden der rechten Seite. Stattdessen ist zu schreiben:

$$(V.29)\quad G = \sum_t \Big(\sum_{TE} p_{t-(TE-1)}{}^{A}{}_{t-(TE-1)}{}^{W}{}_{TE}\Big(1 - \frac{xe^{TE}}{1oo}\Big) -$$

$$- \sum_{tc'}\Big(1 - \frac{xa^{tc'}}{1oo}\Big)\Big(\sum_S \sum_Z \pi^{S,Z}_{t-tc'}, q^{S,Z}_{t-tc'}, wa^{S,t}_{t-tc'} +$$

$$+ \sum_J \sum_Z \pi^{J,Z}_{t-tc'}, q^{J,Z}_{t-tc'}, wa^{J,t}_{t-tc'},\Big) - \ldots$$

Die Beschränkungen der Variablen durch den Absatz- und Produktionsbereich sind gemäß (IV.2) bis (IV.6), durch die je Periode maximale Beschaffungsmenge der Potentialfaktoren von seiten der Lieferanten gemäß (IV.8.1) und (IV.8.2) weiterhin bestimmt. Dadurch, daß die Möglichkeit besteht, Repetierfaktoren wieder zu verkaufen, sind einige Nebenbedingungen zu ändern. Hierzu zählen die Beschränkungen des Produktionsbereichs durch den Beschaffungsbereich und die Beschränkungen durch die Lagerkapazität. Bei den Ungleichungen sind die Repetierfaktorverkäufe derart zu berücksichtigen, daß sie - falls sie positiv sind - zu einer Produktionsminderung führen können, so daß statt (IV.7.1) und (IV.7.2) zu schreiben ist:

$$(V.3o.1)\quad \sum_{N^+} \sum_L f^{N^+,J}_{ti}(d^{N^+}_t, L) \prod_{t''}(1 + \eta^{N^+,J}_{\bar{E}^{N^+}} v^{N^+}_{t''} +$$

$$+ \sum_L f^{N^+,\epsilon}_{t''}(d^{N^+}_{t''}, L) T^{N^+,L}_{t''} T^{N^+,L}_t + qv^J_t \leq$$

$$\leq \sum_{\bar{t}}\Big(\sum_Z q^{J,Z}_{\bar{t}} - \sum_{N^+}\sum_L f^{N^+,J}_{\bar{t}i}(d^{N^+}_{\bar{t}}, L) \prod_{to}(1 + \eta^{N^+,J}_{\bar{E}^{N^+}} v^{N^+}_{to} +$$

$$+ \sum_L f^{N^+,\epsilon}_{to}(d^{N^+}_{to}, L) T^{N^+,L}_{to} T^{N^+,L}_t\Big) + \sum_Z q^{J,Z}_t \quad \text{für alle t und J}$$

$$(V.3o.2)\quad \sum_{N^+} b^{S,N^+}_t \sum_L g^{N^+}_t (d^{N^+}_t, L) T^{N^+,L}_t + qv^S_t \leq \sum_{\bar{t}}\Big(\sum_Z q^{S,Z}_{\bar{t}} -$$

$$- \sum_{N^+} b^{S,N^+}_{\bar{t}} \sum_L g^{N^+}_{\bar{t}}(d^{N^+}_{\bar{t}}, L) T^{N^+,L}_{\bar{t}}\Big) + \sum_Z q^{S,Z}_t \quad \text{für alle t und S}$$

Entsprechend ist bei den Nebenbedingungen (IV.1o) bis (IV.13) vorzugehen, wobei hinsichtlich der Lagerbeschränkungen zu bemerken ist, daß Repetierfaktorverkäufe bei beschränktem Lagerraum zu einer höheren Beschaffungsmenge von Repetierfaktoren führen können.

$$(V.31)\quad \sum_t \Big(\sum_{N^+} \sum_L g_t^{N^+}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L} - A_t \Big) = 0$$

$$(V.32)\quad \sum_t \Big(\sum_Z q_t^{J,Z} - qv_t^J - \sum_{N^+} \sum_L f_{ti}^{N^+,J}(d_t^{N^+,L}) \prod_{t''} (1 + \eta^{N^+,J} E^{N^+} v_{t''}^{N^+} + \sum_L f_{t''}^{N^+,\varepsilon}(d_{t''}^{N^+,L}) T_{t''}^{N^+,L}) T_t^{N^+,L} \Big) = 0 \quad \text{für alle } J$$

$$(V.33)\quad \sum_t \Big(\sum_Z q_t^{S,Z} - qv_t^S - \sum_{N^+} b_t^{S,N^+} \sum_L g_t^{N^+}(d_t^{N^+,L}) T_t^{N^+,L} = 0 \quad \text{für alle } S$$

$$(V.34)\quad \sum_{\hat{t}} \Big(\lambda_{\hat{t}}^{FF} \Big(\sum_{N^+} \sum_L g_{\hat{t}}^{N^+}(d_{\hat{t}}^{N^+,L}) T_{\hat{t}}^{N^+,L} - A_{\hat{t}} \Big) + \sum_J \lambda_{\hat{t}}^J \Big(\sum_Z q_{\hat{t}}^{J,Z} - qv_{\hat{t}}^J - \sum_{N^+} \sum_L f_{\hat{t}i}^{N^+,J}(d_{\hat{t}}^{N^+,L}) \prod_{\hat{t}} (1 + \eta^{N^+,J} E^{N^+} v_{\hat{t}}^{N^+} + \sum_L f_{\hat{t}}^{N^+,\varepsilon}(d_{\hat{t}}^{N^+,L}) T_{\hat{t}}^{N^+,L}) T_{\hat{t}}^{N^+,L} + \sum_S \lambda_{\hat{t}}^S \Big(\sum_Z q_{\hat{t}}^{S,Z} - qv_{\hat{t}}^S - \sum_{N^+} b_{\hat{t}}^{S,N^+} \sum_L g_{\hat{t}}^{N^+}(d_{\hat{t}}^{N^+,L}) T_{\hat{t}}^{N^+,L} \Big) \Big) \leq LK_t \quad \text{für alle } t$$

Für den Lagerbereich gilt außerdem noch (IV.16), da am Ende des Planungszeitraums nicht die gesamte Lagerkapazität abgebaut sein soll.

Der Finanzierungsbereich braucht in dem Modell nur in Form der Liquiditätsbedingung (V.28) enthalten zu sein. Lediglich der Umstand, daß die maximale Kredithöhe durch Modellvariable bestimmt sein kann, kann dazu führen, daß noch weitere Nebenbedingungen in das Gesamtmodell aufzunehmen sind, die ihrerseits die Kredithöhe beschränken. Auf die Darstellung dieser Nebenbedingungen wird an dieser Stelle verzichtet, da bereits ausführlich darauf eingegangen worden ist. Unerläßlich ist dagegen eine Restriktion, wenn die Spektralvektorelemente nicht bestimmt sind. In diesem Fall muß die Summe der Elemente eines Spektralvektors 1 sein, so daß folgende Nebenbedingungen hinzuzufügen sind:

(V.35) $\sum_{tc'} wa^{S,t}_{t-tc'} = 1$ für alle t

(V.36) $\sum_{tc'} wa^{J,t}_{t-tc'} = 1$ für alle t

(V.37) $\sum_{tc'} wa^{LK,t}_{t-tc'} = 1$ für alle t

(V.38) $\sum_{tc'} wa^{I,t}_{t-tc'} = 1$ für alle t

Für alle Modellvariablen gilt die Nichtnegativitätsbedingung. Für einige Modellvariable treten noch Ganzzahligkeitsbedingungen hinzu, die teilweise soweit den zulässigen Lösungsbereich der Variablen einschränken, daß es sich um Dualvariable handelt.

(V.39) $A_t; q^{J,Z}_t; q^{S,Z}_t; qv^{J,Z}_t; qv^{S,Z}_t; T^{N^+,L}_t; d^{N^+,L}_t; LK_t; v^{N^+}_t; wa^t_{t-tc'}$

≤ 0

(V.4o) $v^{N^+}_t \leq 1$; ganzzahlig!

5. Numerisches Beispiel zur Beurteilung der Anwendungsmöglichkeiten der entwickelten Modelle

Grundsätzlich sollte eine Modellanalyse zumindest in der Betriebswirtschaftslehre Erkenntnisse für die Praxis erbringen können. Andernfalls handelt es sich um eine gedankliche Spielerei, deren Ergebnisse bei logischem Aufbau der Axiome und Sätze immer "richtig" sein müssen. Eine praxisnahe Gestaltung eines Modells bedeutet nun nicht, daß dieses unbedingt sofort in der Praxis angewendet werden kann. Diese Einschränkung beruht zum einen darauf, daß der Abstraktionsgrad in einer allgemeinen Analyse zu hoch ist, so daß diese in einem praktischen Fall keine Anwendung finden kann; zum anderen können auch die im ersten Teil erwähnten technischen Schwierigkeiten einer Modellösung heute noch entgegenstehen. Ein dritter Vorbehalt bezieht sich auf die hier speziell entwickelten Modelle. Diese gehen alle von einem Betriebstyp aus, der in der Praxis wohl kaum zu finden sein dürfte. Da jedoch nur die Grundgedanken einer Modellbildung zur dynamischen simultanen Gesamtplanung dargestellt werden sollten, ist zunächst die weitere Entwicklung in dieser Richtung abzuwarten, bevor der praktische Nutzen einer solchen Analyse beurteilt werden kann. Im folgenden wird ein einfaches Beispiel entwickelt. Im Anschluß daran wird auf die Vor- und Nachteile der dargestellten Planungsmodelle eingegangen.

5.1 Die Darstellung des Beispiels

Der Betrachtung liegen die bekannten zukünftigen Marktdaten und technischen Gegebenheiten zugrunde. Auf eine Einbeziehung der Investitionsplanung wird verzichtet, da diese ausführlich im Zusammenhang mit anderen Teilplänen in einem Artikel aus dem Jahre 1962 behandelt worden ist.[1)] Besonderen Wert wird dagegen auf die bisher vernachlässigte simultane Ermittlung der Finanzplanung im Rahmen des Gesamtoptimums gelegt. Daher wird das

---

1) Siehe dazu: Dinkelbach, W.; Hax, H., Die Anwendung der gemischt ganzzahligen Programmierung auf betriebswirtschaftliche Entscheidungsprobleme. In: ZfhF 1962, S. 179 - 196.

Beispiel zunächst ohne irgendwelche Beschränkungen im Finanzierungssektor durchgerechnet, erst in einem zweiten Modell werden auch in diesem Bereich Bedingungen eingeführt, die zu einem niedrigeren Optimum führen können, aber nicht müssen.

Ausgangspunkt ist ein Dreiperioden-Modell, das keine Bestände an Realgütern am Anfang und Ende des Planungszeitraums aufweisen soll. Diese bereits ausführlicher untersuchte Bedingung wird auch hier bei einem nur wenige Perioden umfassenden Modell unterstellt, um die Bewertungsproblematik in der Zielfunktion nicht zum Ausdruck bringen zu müssen. Selbstverständlich lassen sich auch Modelle mit entsprechenden Größen berechnen.

Dem Unternehmen stehen in allen drei Perioden zwei Aggregate zur Verfügung, auf denen wahlweise mit je zwei Leistungsgraden produziert werden kann. Beide Aggregate benötigen zwei Produktionsfaktoren. In der folgenden Tabelle sind die Produktmenge je Leistungszeiteinheit (= LZE) und Leistungsgrad (= d) jedes Aggregates und der Verbrauch der beiden zur Produktion benötigten Repetierfaktoren für alle drei Perioden dargestellt.

Tabelle V

	Aggregat I		Aggregat II	
	d_1	d_2	d_1	d_2
1. Periode				
Produktionsmenge je LZE	1	1,5	1,2	1,5
Verbrauch des:				
Faktors I je LZE	1	2,5	1,5	2,4
Faktors II je LZE	2	2	2,4	3
2. Periode				
Produktionsmenge je LZE	1	1,5	1,2	1,5
Verbrauch des:				
Faktors I je LZE	1,2	2,8	1,6	2,7
Faktors II je LZE	2	2	2,4	3

	Aggregat I		Aggregat II	
	d_1	d_2	d_1	d_2
3. Periode				
Produktionsmenge je LZE	1	1,5	1,2	1,5
Verbrauch des:				
Faktors I je LZE	1,3	3	1,8	3,3
Faktors II je LZE	2	2	2,4	3

Wie zu ersehen ist, ist lediglich der Verbrauch des ersten Produktionsfaktors auch von dem Alter des Aggregates abhängig. Der Verbrauch des Faktors II auf der ersten Anlage ist dagegen nur leistungszeitabhängig und reagiert nicht auf unterschiedliche Leistungsgrade.

Während die maximale Nutzungszeit je Periode für das Aggregat I in allen drei Perioden mit 1.000 Zeiteinheiten konstant bleibt, vermindert sie sich für das Aggregat II von 1.800 Zeiteinheiten in der ersten Periode auf 1.500 Einheiten in der zweiten und 1.000 Zeiteinheiten in der dritten Periode.

Beschränkungen durch zu geringen Lagerraum oder durch Mangel an Arbeitskräften treten nicht auf. Variable Lagerkosten entstehen nicht. Die Kapazitätskosten und die Kosten für die Arbeitskräfte werden als nicht beeinflußbar durch Modellvariable angesehen und sind daher in der Zielfunktion nicht ausgewiesen. Sie üben auch keinen Einfluß auf den Finanzierungsbereich in den drei betrachteten Perioden aus, d.h., daß sie nicht liquiditätswirksam sind.

Die innerbetrieblichen Daten müssen durch die externen Beschränkungen ergänzt werden. Hierzu zählen die für das Unternehmen wirksame Nachfrage nach den Produkten und das Angebot der beiden benötigten Repetierfaktoren in jeder Periode. Jeder Produktionsfaktor kann nur zu einem einheitlichen Preis je Periode beschafft werden. Die absetzbaren bzw. beschaffbaren Höchstmengen und die entsprechenden Preise je Periode sind in Tabelle VI dargestellt.

Tabelle VI

	Periode I	Periode II	Periode III
Nachfrage in Mengeneinheiten (= ME)	1.000	2.000	5.000
Preis je ME	1o,-	8,-	15,-
Angebot in ME:			
Produktionsfaktor I	1o.ooo	6.ooo	8.ooo
Produktionsfaktor II	8.ooo	8.ooo	2.ooo
Preis je ME:			
Produktionsfaktor I	1,-	2,-	3,-
Produktionsfaktor II	2,-	1,5o	1,-

Die Nachfrage weist im Zeitablauf ebenso wie der Absatzpreis starke Schwankungen auf, um die den Modellen immanente Dynamik besser herausarbeiten zu können, da bei stagnierenden ex- und internen Werten ebensogut Einperioden-Modelle zum Ziele führen. Für die Repetierfaktoren wird ein steigender bzw. fallender Preistrend angenommen.

Um den Kassen-Endbestand bzw. den Bedarf an Barkrediten je Periode feststellen zu können, sind die Zahlungsgewohnheiten des Unternehmens und der Kunden zu ermitteln. Skonti werden weder seitens der Lieferanten noch seitens des Unternehmens gewährt. Die Zahlungsweise ist fest vorgeschrieben, kann also vom Unternehmer nicht optimal umgestaltet werden. Die Kunden bezahlen in der Lieferperiode 5o% des Rechnungsbetrages, die zweite Hälfte geht in der darauf folgenden Periode bei dem Unternehmen ein. Ausgehend von der Bezugsperiode gelten für den Produktionsfaktor I folgende Spektralvektoren:

Bezug in der ersten Periode: (o,5; o,3; o,2)
Bezug in der zweiten Periode: (o,4; o,4; o,2)
Bezug in der dritten Periode: (o,5; o,4; o,1).

Die Rechnungen für den Kauf des Faktors II werden zu 6o% in der Bezugsperiode bezahlt. Für den restlichen Betrag werden eine Periode lang Lieferantenkredite in Anspruch genommen, so daß der zweidimensionale Spektralvektor (o,6; o,4) gilt. Falls neben diesen Handelskrediten noch Bankkredite in Anspruch genommen werden, sind diese

in den der Kreditaufnahme folgenden fünf Jahren in gleichen Jahresraten zurückzuzahlen.

Während in der ersten optimalen Lösung die Finanzplanung ohne irgendwelche Beschränkungen entwickelt wird, sind im modifizierten Beispiel bereits in der Modellaufstellung die folgenden Restriktionen zu beachten. Bankkredite können in jeder Periode nur in Höhe von 5.000,- DM neu aufgenommen werden und fließen dann ebenso wie im ersten Modell in der gleichen Periode als Bareinnahmen in das Unternehmen. Maximal kann das Unternehmen also nach drei Perioden abzüglich der bis dahin vorgenommenen Rückzahlungen Bankkredite nur in Höhe von 12.000,- DM in Anspruch genommen haben. Ein Teil des erzielten Gewinns ist auszuschütten und daher im Finanzierungsbereich als Ausgaben zu berücksichtigen. Es sollen je Periode 1o% des innerhalb des Modells errechneten optimalen Gesamt-Bruttogewinns - das ist der Gewinn vor Abzug der im eigentlichen Modell nicht berücksichtigten unbeeinflußbaren Kosten - als Ausgaben liquiditätswirksam werden, so daß insgesamt über alle drei Perioden 3o% des Gesamt-Bruttogewinns ausgeschüttet oder durch Steuern der Selbstfinanzierung des Unternehmens verloren gehen.

Beide Modelle wurden nach der Simplex-Methode durchgerechnet. In beiden Fällen war eine Matrix mit 3o Zeilen und 24 Spalten (ohne die Hilfsvariablen) zu berechnen. Die Lösung wurde mit der elektronischen Datenverarbeitungsanlage IBM 113o nach dem als Anhang II dargestellten FORTRAN-Programm in jeweils ca. 12 Minuten ermittelt. Die Rechenzeit war deshalb so lang, weil der Kernspeicher der Anlage nur eine sehr geringe Speicherkapazität aufweist (8k Bytes) und die Daten daher vom externen Speicher (Plattenspeicher) gelesen bzw. dorthin gespeichert werden mußten.

5.2 Die optimalen Planungsergebnisse

Für das Beispiel ohne Beschränkungen im Finanzierungsbereich erweist sich, daß die Erfüllung der Nachfrage in allen drei Perioden den optimalen Erfolg erbringt. Dazu muß das Aggregat I in den ersten beiden Perioden sowohl temporal als auch intensitätsmäßig voll ausgenutzt werden. In der dritten Periode kann dagegen im optimalen Leistungsgrad produziert werden. Trotz des höheren Verbrauchs des Produktionsfaktors I je LZE wird das Aggregat II in der zweiten Periode temporal voll ausgenutzt, obwohl in der ersten Periode noch genügend Nutzungszeit zur Verfügung steht. Der Mehrverbrauch wird also offenbar durch den geringeren Einstandspreis des zweiten Faktors in der zweiten Periode gegenüber dem Einstandspreis der ersten Periode überkompensiert. Der Belegungsplan für beide Aggregate in den drei Planungsperioden ist durch Tabelle VII dargestellt.

Tabelle VII

Belegungsplan der Aggregate

	Nutzungszeit in Zeiteinheiten			
	Aggregat I		Aggregat II	
	d_1	d_2	d_1	d_2
1. Periode	-	1.000	833 1/3	-
2. Periode	-	1.000	1.500	-
3. Periode	1.000	-	1.000	-

Die mengenmäßige Bestandsrechnung für das Fertigprodukt und die beiden Repetierfaktoren ist aus den Tabellen VIIIa bis VIIIc zu ersehen.

Tabelle VIIIa

Mengenrechnung für das Fertigprodukt (in ME)

	Lager-AB	Produktion	Absatz	Lager-EB
1. Periode	-	2.500	1.000	1.500
2. Periode	1.500	3.300	2.000	2.800
3. Periode	2.800	2.200	5.000	-

Tabelle VIIIb

Mengenrechnung für den Produktionsfaktor I (in ME)

	Lager-AB	Kauf	Verbrauch	Lager-EB
1. Periode	-	10.000	3.750	6.250
2. Periode	6.250	2.050	5.200	3.100
3. Periode	3.100	-	3.100	-

Tabelle VIIIc

Mengenrechnung für den Produktionsfaktor II (in ME)

	Lager-AB	Kauf	Verbrauch	Lager-EB
1. Periode	-	4.000	4.000	-
2. Periode	-	8.000	5.600	2.400
3. Periode	2.400	2.000	4.400	-

Es wird deutlich, daß möglichst der gesamte Bedarf des Repetierfaktors I in der ersten Periode beschafft werden soll, da dort der Einstandspreis am geringsten ist. Dem ist jedoch eine Grenze durch die beschaffbare Höchstmenge gesetzt, so daß die restliche Menge in der zweiten Periode gekauft werden muß. Genau entgegengesetzt ist die Beschaffungspolitik für den zweiten Repetierfaktor gerichtet. Da der höchste Einstandspreis in der ersten Periode gezahlt werden muß, wird in dieser Periode nur soviel beschafft, wie für die Produktion dieser Periode notwendig ist. Das Gleiche gilt für die zweite Periode. Hier kommt jedoch noch der durch das Angebot der dritten Periode nicht gedeckte Bedarf der letzten Periode in Höhe von 2.400 ME hinzu.

Die wertmäßigen Bestandsrechnungen für die Repetierfaktoren (Tabellen IXa - b) werden nach der Durchschnittspreismethode durchgeführt. Die sich dabei ergebenden durchschnittlichen Einstandspreise je ME des betreffenden Produktionsfaktors werden auf volle 0,05 DM auf- bzw. abgerundet. Grundsätzlich könnte auch jede andere Bewertungsmethode herangezogen werden; der Brutto-Erfolg des gesamten Planungszeitraums wird dadurch nicht beeinflußt. Es treten lediglich Verschiebungen zwischen den einzelnen Planungsperioden auf. Um jedoch den Perioden-Betriebserfolg erfassen zu können, müssen auch die wert-

Tabelle IXa

Wertmäßige Bestandsrechnung für den Produktionsfaktor I

	Lager-AB	Kauf	Ø-Preis	Verbrauch	Lager-EB
1. Periode	-	1o.ooo,-	1,-	3.75o,-	6.25o,-
2. Periode	6.25o,-	4.1oo,-	1,25	6.5oo,-	3.85o,-
3. Periode	3.85o,-	-	1,25	3.85o,-	-

Tabelle IXb

Wertmäßige Bestandsrechnung für den Produktionsfaktor II

	Lager-AB	Kauf	Ø-Preis	Verbrauch	Lager-EB
1. Periode	-	8.ooo,-	2,-	8.ooo,-	-
2. Periode	-	12.ooo,-	1,5o	8.4oo,-	3.6oo,-
3. Periode	3.6oo,-	2.ooo,-	1,3o	5.6oo,-	-

mäßigen Bestandsrechnungen geführt werden, da die Herstellkosten der gelagerten Produkte festgestellt werden müssen. Im vorliegenden Fall handelt es sich um eine Bewertung der Fertigfabrikate zu Teilkosten, da die von den Modellvariablen unbeeinflußten Kosten nicht berücksichtigt werden. Es sind die bewerteten benötigten Repetierfaktoren je Periode zu addieren, um die gesamte Summe der Herstellkosten in einer Periode zu erhalten. Die so geplante Kosten- und Leistungsrechnung für die drei Perioden ist in Tabelle X dargestellt (S. S. 161).

Der aus den optimalen Beschaffungs- und Absatzplänen, die in der mengenmäßigen Bestandsrechnung enthalten sind, abgeleitete Finanzplan (Tabelle XI auf S. 161) sieht vor, daß in der ersten Periode bare Bankkredite in Höhe von 4.8oo,- DM und in der zweiten Periode in Höhe von 3.ooo,- DM neu aufgenommen werden, um das finanzielle Gleichgewicht der Unternehmung zu erhalten. Ein Kassen-Endbestand tritt nur in der dritten Periode in Höhe von 34.3oo,- DM auf. In den nicht mehr zum Planungszeitraum gerechneten Perioden IV bis VII sind noch die folgenden Zahlungsvorgänge, die aufgrund der Tätigkeit in den drei Planungsperioden abzuwickeln sind, zu erwarten: In der vierten Periode Einnahmen aus Umsätzen in Höhe von 37.5oo,- DM und Ausgaben für Repetierfaktorkäufe in Höhe von 1.62o,- DM und für Rückzahlungen

Tabelle X

Kosten- und Leistungsrechnung

	Kosten für Produktionsf. I	II	Summe	Prod.menge	Teilkosten je ME	Leistungen Erlöse	Lager-EB	Lager-AB	Gesamt	Brutto-Betr.erf.
1. Periode	3.750,-	8.000,-	11.750,-	2.500	4,70	10.000,-	7.050,-	-	17.050,-	+ 5.300,-
2. Periode	6.500,-	8.400,-	14.900,-	3.300	4,50	16.000,-	12.600,-	7.050,-	21.550,-	+ 6.650,-
3. Periode	3.850,-	5.600,-	9.450,-	2.200	4,30	75.000,-	-	12.600,-	62.400,-	+52.950,-
Summe	14.100,-	22.000,-	36.100,-			101.000,-			101.000,-	+64.900,-

Tabelle XI

Finanzierungsplanung

	Ausgaben für Prod.faktor I	II	Kreditrückz.	Summe	Einnahmen Verkäufe	Kassen-AB	Kreditaufn.	Summe	Kassen-EB
1. Periode	5.000,-	4.800,-	-	9.800,-	5.000,-	-	4.800,-	9.800,-	-
2. Periode									
aus 1	3.000,-	3.200,-	960,-		5.000,-				
aus 2	1.640,-	7.200,-	-		8.000,-				
Summe	4.640,-	10.400,-	960,-	16.000,-	13.000,-	-	3.000,-	16.000,-	-
3. Periode									
aus 1	2.000,-	-	960,-		-				
aus 2	1.640,-	4.800,-	600,-		8.000,-				
aus 3	-	1.200,-	-		37.500,-				
Summe	3.640,-	6.000,-	1.560,-	11.200,-	45.500,-	-	-	45.500,-	34.300,-

in Höhe von 1.560,- DM. In der fünften und sechsten Periode treten Ausgaben für Kreditrückzahlungen in Höhe von 1.560,- DM auf, die sich in der siebenten Periode auf den Restbetrag von 600,- DM für den in der zweiten Periode aufgenommenen Bankkredit reduzieren.

Das Ausgangsmodell für das modifizierte Beispiel ist im Anhang IA dargestellt. Zunächst ist die Koeffizientenmatrix ohne Schlupfvariable abgedruckt. Es fehlen die ersten zwölf Zeilen, die eine Einheitsmatrix bilden und den zulässigen Lösungsbereich der Variablen beschränken. Nach der Matrix sind als Vektor die Beschränkungsdaten angegeben. Zum Schluß folgt die Zielfunktion. Die Variablen sind in folgender Reihenfolge im Ausgangstableau angegeben: Absatzmengen und Beschaffungsmengen der Faktoren I und II nach Perioden, die Produktionszeiten, die nach den Merkmalen Periode, Aggregat und Leistungsgrad geordnet sind, und zum Schluß die zur Verfügung stehenden Bankkredite je Periode.

Den Anhang IB bildet das Endtableau. Nach jeder Zeile ist die zugehörige Zeile des Beschränkungsvektors ausgegeben. Am Ende ist die modifizierte Zielfunktion, aus der jetzt ersehen werden kann, um wieviel der Gewinn sich verringert, wenn die eine oder andere Variable in der optimalen Lösung um eine Einheit verändert wird, der Brutto-Erfolg und die Anzahl der Iterationsschritte bis zur Erreichung des Optimums angegeben.

Der aus dem Endtableau abgeleitete optimale Aggregatbelegungsplan und die Mengenbestandsrechnung für das Fertigprodukt und die beiden Repetierfaktoren sind durch die Tabellen XII und XIIIa bis XIIIc dargestellt. Die Tabellen XIVa und XIVb geben die wertmäßigen Bestandsrechnungen für die Repetierfaktoren wieder, Tabelle XV auf S. 164 die aus den bisherigen Angaben abgeleitete Kosten- und Leistungsrechnung.

Tabelle XII

Belegungsplan der Aggregate

	Nutzungszeit in Zeiteinheiten			
	Aggregat I		Aggregat II	
	d_1	d_2	d_1	d_2
1. Periode	-	666 2/3	-	-
2. Periode	-	1.000	1.500	-
3. Periode	-	1.000	1.000	-

Tabelle XIIIa

Mengenrechnung für das Fertigprodukt (in ME)

	Lager-AB	Produktion	Absatz	Lager-EB
1. Periode	-	1.000	1.000	-
2. Periode	-	3.300	1.618	1.682
3. Periode	1.682	2.700	4.382	-

Tabelle XIIIb

Mengenrechnung für den Produktionsfaktor I (in ME)

	Lager-AB	Kauf	Verbrauch	Lager-EB
1. Periode	-	6.687	1.667	5.020
2. Periode	5.020	180	5.200	-
3. Periode	-	4.800	4.800	-

Tabelle XIIIc

Mengenrechnung für den Produktionsfaktor II (in ME)

	Lager-AB	Kauf	Verbrauch	Lager-EB
1. Periode	-	1.333	1.333	-
2. Periode	-	8.000	5.600	2.400
3. Periode	2.400	2.000	4.400	-

Tabelle XIVa

Wertmäßige Bestandsrechnung für den Produktionsfaktor I

	Lager-AB	Kauf	Ø-Preis	Verbrauch	Lager-EB
1. Periode	-	6.687,-	1,-	1.667,-	5.020,-
2. Periode	5.020,-	360,-	1,05	5.380,-	-
3. Periode	-	14.400	3,-	14.400,-	-

Tabelle XV

Kosten- und Leistungsrechnung

	Kosten für Prod.fakt. I	II	Summe	Prod.-menge	Teilkosten je ME	Leistungen Erlöse	Lager-EB	Lager-AB	Gesamt	Brutto-Betr.erf.
. Periode	1.667,-	2.666,-	4.333,-	1.000	4,35	10.000,-	-	-	10.000,-	+ 5.667,-
. Periode	5.380,-	8.400,-	13.780,-	3.300	4,20	12.944,-	7.064,-	-	20.008,-	+ 6.228,-
. Periode	14.400,-	5.600,-	20.000,-	2.700	7,40	65.730,-	-	7.064,-	58.666,-	+38.666,-
	21.447,-	16.666,-	38.113,-			88.674,-			88.674,-	+50.561,-

Tabelle XVI

Finanzierungsplanung

	Ausgaben für Prod.f. I	II	Kredit-rückz.	Gewinn-aussch.	Summe	Einnahmen aus Verkäufen	Kreditaufn.	Summe	Kassen-EB
Periode	3.344,-	1.600,-	-	5.056,-	10.000,-	5.000,-	5.000,-	10.000,-	-
Periode									
aus 1	2.006,-	1.066,-				5.000,-			
aus 2	144,-	7.200,-				6.472,-			
Summe	2.150,-	8.266,-	1.000,-	5.056,-	16.472,-	11.472,-	5.000,-	16.472,-	-
Periode									
aus 1	1.337,-	-	1.000,-			-			
aus 2	144,-	4.800,-	1.000,-			6.472,-			
aus 3	7.200,-	1.200,-	-			32.865,-			
Summe	8.681,-	6.000,-	2.000,-	5.056,-	21.737,-	39.337,-	-	39.337,-	17.600,-

Tabelle XIVb

Wertmäßige Bestandsrechnung für den Produktionsfaktor II

	Lager-AB	Kauf	ø-Preis	Verbrauch	Lager-EB
1. Periode	-	2.666,-	2,-	2.666,-	-
2. Periode	-	12.000,-	1,50	8.400,-	3.600,-
3. Periode	3.600,-	2.000,-	1,25	5.600,-	-

Durch einen Vergleich mit der Kosten- und Leistungsrechnung des ersten Beispiels ist festzustellen, daß die Erlöse um rund 12.300,- DM und der Brutto-Betriebserfolg um ca. 14.400,- DM zurückgegangen ist. Wird der Finanzplan des modifizierten Beispiels betrachtet (Tabelle XVI auf Seite 164), so erkennt man, daß diese Erfolgsminderung durch die zu geringen Kapitalbeschaffungsmöglichkeiten in den ersten beiden Perioden verursacht wird. Wegen der geforderten Gewinnausschüttung reicht das Kreditlimit, das im vorigen Beispiel nicht als Restriktion gewirkt hätte - der Kapitalbedarf betrug maximal 4.800,- DM -, nicht mehr aus, um das vorige Optimum beibehalten zu können. Außerdem wirkt jetzt in der dritten Periode offenbar auch noch der Beschaffungssektor über die Angebotsmenge des Repetierfaktors II auf die Produktionsmenge ein. Allerdings kann diese Aussage nicht eindeutig aus den Tabellen abgeleitet werden, da die Interdependenz zwischen den Teilbereichen zu groß ist. Erst durch eine Neuberechnung mit veränderten Beschaffungsquoten bzw. durch parametrische Programmierung könnte der Einfluß der Angebots-Höchstmengen der Repetierfaktoren in den einzelnen Perioden auf den Erfolg exakt ermittelt werden.

5.3 Die Beurteilung der Modelle

Gerade das letzte Beispiel, das die Auswirkungen der Gewinnverwendung auf den Finanzierungsbereich berücksichtigt, zeigt, wie wertvoll eine Simultanplanung für die Praxis werden könnte. Nach den bisher praktizierten Planungsmethoden wären zunächst die Beschaffungs-, Absatz-, Arbeitsablauf-, Kosten- und Gewinnpläne zu erstellen, bevor daraus der Finanzplan als Synthese der anderen Teilpläne entwickelt werden kann. Da dieser

aber im vorigen Modell einen vor der Planaufstellung kaum bekannten Engpaß bildet, wäre eine umfangreiche Revision aller Teilpläne nicht zu vermeiden. Allerdings bedeutet das nicht, daß die Planung bei simultaner Ermittlung aller Teilpläne überhaupt nicht mehr revidiert zu werden braucht. Vielmehr werden nur die Revisionen vermieden, die durch die sukzessive Erstellung der Teilpläne entstehen, nicht aber diejenigen, die durch eine Veränderung der Ist-Daten gegenüber den Plandaten verursacht werden. Da in der Realität das Eintreten von zukünftigen Ereignissen mit Unsicherheit behaftet ist, weichen die Plandaten oft von den später realisierten Daten ab. Derartige Veränderungen müssen durch eine Neuplanung berücksichtigt werden, die jedoch dann weitgehend vermieden werden kann, wenn das Optimum bereits bei der ersten Planaufstellung auf die Sensibilität hinsichtlich der Veränderungen von Parametern untersucht worden ist. Im übrigen verändern die Modelle auch bei unvollkommener Information ihren Aufbau nicht. Um die Berechnung der Modelle zu erleichtern und zu beschleunigen, empfiehlt es sich vielmehr, die Daten, denen der höchste Erwartungswert zugeteilt worden ist, bereits vor der eigentlichen Modellbildung auszuwählen und nur diese heranzuziehen. Dann sollte jedoch die parametrische Programmierung mit der Sensibilitätsanalyse angewendet werden. Andernfalls wird eine Gesamtplanungsrevision notwendig, wenn der Informationsgehalt über die zukünftige Entwicklung größer geworden ist. Die Methode, die zu einer wirtschaftlichen Planungstätigkeit führt, besteht darin, daß die parametrische Programmierung bei geringen Soll-Ist-Abweichungen ausreichende Ergebnisse liefert, bei größeren Abweichungen die Planung dagegen neu erstellt werden muß.

Wie bereits angedeutet worden ist, können die dargestellten Modelle noch nicht in der Praxis angewendet werden, da das zugrunde gelegte Betriebsmodell sehr einfach gehalten wurde. Erforderlich ist zumindest die Analyse eines mehrstufen-Betriebes. Da die damit zusammenhängenden Arbeitszeit- und Kostenminimierungs-

fragen bis heute noch nicht einmal losgelöst von den anderen betrieblichen Einflüssen restlos geklärt sind, muß die weitere isolierte Analyse dieser Probleme abgewartet werden, bevor in die Simultanplanung auch derartige Fragen mit einbezogen werden können. Der gleiche Vorbehalt gilt auch für die Untersuchung von Mehrprodukt-Unternehmungen. Hier ist die optimale Reihenfolgeplanung bisher theoretisch kaum in den Griff bekommen worden. Dagegen lassen sich Präferenzen auf der Absatzseite und unterschiedliche Absatzpreise ebenso in die Modelle einfügen, wie es in der Untersuchung auf der Beschaffungsseite durchgeführt worden ist. Auch die Rückwirkungen der Werbung und der optimalen Werbeplanung auf die tatsächlichen und konjekturalen Preis-Absatz-Funktionen lassen sich in einem Wahrscheinlichkeitsmodell berücksichtigen.

Die vorliegenden Modelle lassen die Abzinsung der zeitlich später erzielten Betriebsgewinne außer Acht. Der zu optimierende Gesamtgewinn der Planungsperioden wird nicht als Barwert aufgefaßt, sondern als Summe der einzelnen Periodengewinne. Selbstverständlich läßt sich eine Abzinsung leicht dadurch in der Zielfunktion berücksichtigen, daß nach dem Summenzeichen über die Planperioden in die Zielfunktion ein Faktor eingesetzt wird, der den jeweiligen Periodengewinn auf einen festgelegten Zeitpunkt auf- oder abzinst. Die Nichtbeachtung eines derartigen Abzinsungsfaktors kann jedoch dadurch begründet werden, daß der Unternehmer nicht am Barwert interessiert ist, sondern vielmehr einen Gewinn regelmäßig über einen längeren Zeitraum erzielen will. In der Vernachlässigung der Verzinsung kommt deshalb ein Sicherheitsstreben des Unternehmers zum Ausdruck.

Die in der Untersuchung bereits angedeuteten oder näher erörterten Möglichkeiten der Modelle zeigen, daß diese durchaus noch in jeder Richtung ausbaufähig sind. Eine zukünftige Anwendung der Simultanplanung in der Praxis dürfte daher nach weiterer theoretischer Durchdringung kaum auf Hindernisse stoßen. Die gesamten Planungsar-

beiten, die durch den Menschen ausgeführt werden müßten, würden sich nur noch auf das Sammeln von Daten und die subjektive Bewertung der Ergebnisse reduzieren. Die eigentliche Optimierung würde von Datenverarbeitungsanlagen übernommen werden.

Verzeichnis der in den Modellen häufiger benutzten Symbole

1. Funktionen

$g(d)$ Funktion der Abhängigkeit zwischen wirtschaftlicher und technisch-physikalischer Leistung

$\varphi(q)$ Funktion der Abhängigkeit zwischen technisch-physikalischer und wirtschaftlicher Leistung

$f(d)$ Verbrauchsfunktion

$f^{N^+,\varepsilon}(d^{N^+},L)$ Abnutzungsfunktion

2. Laufindizes

$J = 1, \ldots, j$ Art der Produktionsfaktoren, die verbrauchsfunktionsabhängig sind.

$L = 1, \ldots, l$ Leistungsgradstufen

$N = 1, \ldots, n$ Aggregat im Betrieb bei gegebener Kapazität

$N^+ = 1^+, \ldots, n^+$ Aggregat im Betrieb bei variabler Kapazität

$R = 1, \ldots, r$ Rabattstufe bei einem bestimmten Lieferanten für eine bestimmte Menge eines bestimmten Gutes

$S = 1, \ldots, s$ Art der Produktionsfaktoren, deren Verbrauch direkt von der Ausbringungsmenge abhängig ist.

$t = 1, \ldots, t^*$ Bezeichnung der Perioden des Untersuchungszeitraums.

$\bar{t} = 1, \ldots, t-1$

$t' = 1, \ldots, t^*$, falls Index t bereits besetzt ist.

$t'' = ti, \ldots, t^*-1$

$t^o = ti, \ldots, \bar{t}-1$

$\hat{t} = 1, \ldots, t$

$\check{t} = ti, \ldots, \hat{t}$

$tc' = 0, \ldots, tc$ spätestmögliche Rückzahlungsperioden

$tc^* = 1, \ldots, tc$

$TA = 1, \ldots, ta$ Zeitpunkt der Ausgaben

$TE = 1, \ldots, te$ Zeitpunkt der Einnahmen

$TE' = 2, \ldots, te$

$Z = 1, \ldots, z$ Lieferant für ein bestimmtes Gut

τ' = ti, ..., τ Lebens- bzw. Nutzungszeit eines Aggregates

τ'' = ti, ..., $\tau - 1$

3. Sonstiges

AB	Lager-Anfangsbestand
AFK	Ausgaben für Bankkredit-Rückzahlungen
AG	Ausgaben für Gewinnausschüttungen und damit verbundenen Ertragssteuern
AI	Ausgaben für Investitionen
AJ	Ausgaben für Repetierfaktorkäufe der Art J
AK	aggregatindividuelle Anlaufkosten
AKG	Gesamt-Anlaufkosten während einer Periode
AL	Ausgaben für Lagerkapazitäts-Erweiterungen
AR	Ausgaben für Repetierfaktorkäufe
AS	Ausgaben für Repetierfaktorkäufe der Art S
C	Lagerkapazität am Ende des Untersuchungszeitraums
D^{N^+}	Abschreibungsbetrag des Aggregates N^+ je Periode
DLB	Lager- Durchschnittsbestand
E	variable Periodenabnutzung
$\bar{E}$	Periodenabnutzung durch ruhenden Verschleiß
EA	Einnahmen aus Umsätzen
EB	Lager-Endbestand
Eg	Gesamtabnutzung je Periode durch ruhenden und verbrauchsbedingten Verschleiß
EF	Produktionsfaktoreinheit
EI	Einnahmen aus Desinvestitionen von Anlagen
EL	Einnahmen aus Lagerkapazitäts-Verringerungen
ER	Einnahmen aus Verkäufen von Repetierfaktoren
F	Finanzierungssumme zur Investition von Anlagen
F^{LK}	Finanzierungssumme zur Investition bei Lagerkapazitäts-Erweiterungen

FE	Forderungs-Endbestand
FF	Fertigfabrikat
FKB	kurzfristiger Bankkredit
FLB	langfristiger Bankkredit
FLK	fixe Lagerkapazitätskosten
G	Gewinn vor Abzug des in den Modellen nicht berücksichtigten Teils der fixen Kosten
H	Anlagen-Anschaffungsaufwand
K^{LK}	fixe Kosten je Lagerkapazitätseinheit
KB	Kassenbestand
Kd	direkt ausbringungsmengenabhängige Kosten
KV	verbrauchsfunktionsabhängige Kosten
LD^{N^+}	Lebensdauer des Aggregates N^+
LK	Lagerkapazität
LQ^{N^+}	Liquidationserlös der Anlage N^+
LS	Lagerkostensatz je Einheit der im oberen Index stehenden Güterart
N	nachgefragte Menge an Fertigprodukten
PBM	Produktiveinheits-Belegungsmatrix
PEV	Produktiveinheits-Einsatzvektor
PF	periodenfixe aggregatindividuelle Kosten
PIV	Produktiveinheits-Investitionsvektor
PV	aggregatrestwertabhängige, leistungsunabhängige Kosten
Q	maximal lieferbare Menge eines bestimmten Produktionsfaktors
QM	maximale Produktionsmenge eines Aggregates während der Lebenszeit
RFK	in den Modellen nicht berücksichtigte fixe Kosten
RM	Dauer der ununterbrochenen Beschäftigungszeit bei rhythmischer Arbeitszeit im Betrieb
RW	Restwert einer Anlage in einer bestimmten Periode

T	effektive Leistungszeit eines Aggregates während einer Periode
TM	maximale Leistungszeit je Aggregat und Periode
TP	Periodenlänge
b	Produktionskoeffizient
d	technisch-physikalische Leistung eines Aggregates
m	Prozentsatz der Beleihungsgrenze des Anlagevermögens
p	Verkaufspreis des Fertigproduktes
pg	auszuschüttender Prozentsatz des Gesamt-Gewinns
pg_A	je Umsatzeinheit auszuschüttender Gewinn
q_t	in der Periode t abgesetzte Menge
$q^{J(S),Z}$	die vom Lieferanten Z beschaffte Menge des Produktionsfaktors J(S)
qv	Menge der verkauften Repetierfaktoren
t_E	Zeiteinheit
ta	Anzahl der Ausgaben-Spektralvektorelemente
te	Anzahl der Einnahmen-Spektralvektorelemente
tc	spätestmögliche Rückzahlungsperiode
ti	Investitionsperiode eines Aggregates
tv	Zeitraum der Kundenvorauszahlungen, gemessen in Perioden
u^N	Dualvariable zur Kennzeichnung, ob Aggregat N in Betrieb ist oder nicht.
v^N	Dualvariable zur Kennzeichnung, ob Aggregat N investiert ist oder nicht.
w^{TE}	Element des Spektralvektors für Einnahmen aus Umsätzen
wa	Ausgaben-Spektralvektorelement
xa	Skonto der Lieferanten
xe	Skonto bei Absatz
$y^{J,Z,R}$	Dualvariable zur Kennzeichnung, ob Rabattstufe R beim Lieferanten Z für das Gut J in Anspruch genommen ist oder nicht.
$\bar{\alpha}^{N^+}$	gegebener Abschreibungsfaktor je Leistungseinheit des Aggregates N^+

α^{N^+} variabler Abschreibungsfaktor je Leistungseinheit des Aggregates N^+

γ Ergiebigkeitskoeffizient

$\varepsilon^{N^+,L}$ Abnutzung des Aggregates N^+ bei Realisation des Leistungsgrades L während einer Zeiteinheit

$\eta^{N^+,L}$ Auswirkung der Abnutzung auf die Verbrauchsfunktion des Faktors J

$\eta^{N^+,T(d)}$ Faktor zur Berechnung der Abnutzungswirkung auf die maximale Leistungszeit (Leistungsintensität)

$\eta^{N^+,q}$ Faktor zur Berechnung der Abnutzungswirkung auf die maximale Ausbringungsmenge des Aggregates N^+

λ Äquivalenzziffer zur Berechnung des Lagerraumbedarfs je Einheit des indizierten Gutes

π Beschaffungspreis eines Repetierfaktors

$\prod$ mathematisches Produkt

πv Wiederverkaufspreis eines Repetierfaktors

τ Periode, in der die Lebensdauer einer Anlage beendet ist.

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00
1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00
1.00	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

0.00	0.00	1.00	0.00

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.00						
1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.00
-1.50	-1.20	-1.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00						
1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.00
-1.50	-1.20	-1.50	-1.00	-1.50	-1.20	-1.50	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00						
1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.00
-1.50	-1.20	-1.50	-1.00	-1.50	-1.20	-1.50	-1.00	-1.50	-1.20
-1.50	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	-1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00
2.50	1.50	2.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	-1.00	-1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00
2.50	1.50	2.40	1.20	2.80	1.60	2.70	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	-1.00	-1.00	-1.00	0.00	0.00	0.00	1.00
2.50	1.50	2.40	1.20	2.80	1.60	2.70	1.30	3.00	1.80
3.30	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.00	0.00	0.00	2.00
2.00	2.40	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

0.00	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.00	-1.00	0.00	2.00
2.00	2.40	3.00	2.00	2.00	2.40	3.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.00	-1.00	-1.00	2.00
2.00	2.40	3.00	2.00	2.00	2.40	3.00	2.00	2.00	2.40
3.00	0.00	0.00	0.00						
-4.00	0.80	1.50	0.40	-0.20	-0.30	1.00	-0.15	-0.10	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	-1.00	0.00	0.00						
-8.00	-2.40	3.00	0.60	0.40	-0.60	1.60	0.60	-0.20	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	-0.80	-1.00	0.00						
-7.00	-5.60	-3.00	1.00	0.80	0.60	1.40	1.05	0.30	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

0.00	-0.60	-0.80	-1.00				
1000.00	2000.00	5000.00	10000.00	6000.00	8000.00	8000.00	8000.00
2000.00	1000.00	1800.00	1000.00	1500.00	1000.00	1000.00	5000.00
5000.00	5000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		

10.0000	8.0000	15.0000	-1.0000	-2.0000	-3.0000	-2.0000	-1.5000
-1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.6000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.5999	0.0000	0.0000	0.0000
-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.9999	0.0000	0.0000	1.9999	2.3999	1.9999	2.3999	-0.0000
-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
0.9999	0.0000	-0.9999	-0.0000	-0.0000	0.0000		
7999.9843							
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
0.9999	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.9999	0.0000	0.0000	-0.0000
-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000
-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000		
1499.9985							
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-0.1032	0.0000	-0.1509	-0.2361	-0.1135	0.0000	0.0000
-0.0200	-0.4225	0.0000	0.0000	0.2245	0.0000	0.0000	0.0000
-0.8129	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1580	0.0000	0.0000	-0.2696	-0.1729	-0.8129	-0.4916	-0.0903
-0.1935	0.0000	0.0387	0.0000	-0.5161	0.0000	-0.1870	0.0967
-0.1193	0.0000	-0.1258	0.0645	-0.1935	0.0000		
618.0632							
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-1.2129	0.0000	-1.3238	-1.4245	0.2658	0.0000	0.0000
0.1400	0.3096	0.0000	0.0000	0.2380	0.0000	0.0000	0.0000
-4.0516	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.2677	0.0000	0.0000	0.8812	0.6683	0.9483	0.6735	-1.5612
0.2258	0.0000	-3.0451	0.0000	1.9354	0.0000	0.0516	0.3870
-1.7774	0.0000	0.3967	-1.7419	0.2258	0.0000		
3312.2592							

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.5462 0.0000 0.8238 1.3245 -1.8658 0.0000 0.0000
0.9599 -0.3096 0.0000 0.0000 -0.2380 0.0000 0.0000 0.0000
2.3849 0.0000 0.0000 0.0000 1.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.2677 0.0000 0.0000 -3.6812 -2.2683 -0.9483 -0.6735 1.5612
1.2258 0.0000 4.7118 0.0000 -1.9354 0.0000 0.9483 -0.3870
1.7774 0.0000 -0.3967 1.7419 -0.2258 0.0000
5821.0615
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 -1.6999 0.0000 0.0000 1.4999 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 1.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -2.9999 -1.7999 0.0000
0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.9999 0.9999
-0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000
3199.9980
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.6666 0.0000 0.7999 0.9999 -0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-1.3333 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 1.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000
0.0000 0.0000 1.3333 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000
0.9999 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000
6666.6562
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000
0.6000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.5999 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 1.0000
0.9999 0.0000 0.0000 -1.9999 -2.3999 -1.9999 -2.3999 0.0000
0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.9999 0.0000 0.9999 0.0000 0.0000 0.0000
0.0074

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 -0.0000 0.0000 1.0000 1.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.9999 -0.0000
0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000
999.9997
1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.9999 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000
-0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000
999.9992
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.9999 0.9999 -0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 1.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000
0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
1799.9973
0.0000 1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -0.1032 0.0000 -0.1509 -0.2361 0.3864 0.0000 0.0000
-0.3200 0.0774 0.0000 0.0000 -0.0754 0.0000 0.0000 0.0000
-0.8129 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.1580 0.0000 0.0000 1.2303 1.0270 0.6870 0.7083 -0.0903
-0.1935 0.0000 -0.9612 0.0000 0.4838 0.0000 -0.1870 0.0967
-0.1193 0.0000 -0.1258 0.0645 -0.1935 0.0000
1618.0617

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 1.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000
0.9999 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000
-0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4999.9990
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 1.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000 0.9999
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4999.9961
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.5999 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.9999 0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000 1.9999 2.3999 -0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000
0.0000 1.0000 -0.9999 0.0000 0.0000 0.0000
2399.9946
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.3333 0.0000 -0.7999 -0.9999 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.6666 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000
-0.0000 0.0000 0.6666 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000 0.0000
333.3324

0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.5462	0.0000	0.8238	1.3245	-0.2658	0.0000	0.0000
-0.1400	-0.3096	0.0000	0.0000	-0.2380	0.0000	0.0000	0.0000
2.3849	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.2677	0.0000	0.0000	-0.8812	-0.6683	-0.9483	-0.6735	1.5612
-0.2258	0.0000	4.7117	0.0000	-1.9354	1.0000	-0.0516	-0.3870
1.7774	0.0000	-0.3967	1.7419	-0.2258	0.0000		
5021.0673							
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
5000.0009							
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.9999	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
1999.9985							
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.1032	0.0000	0.1509	0.2361	0.1135	0.0000	0.0000
0.0200	-0.0774	0.0000	0.0000	0.0754	0.0000	0.0000	0.0000
0.8129	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.1580	0.0000	0.0000	0.2696	0.1729	-0.6870	-0.7083	0.0903
0.1935	0.0000	-0.0387	1.0000	-0.4838	0.0000	0.1870	-0.0967
0.1193	0.0000	0.1258	-0.0645	0.1935	0.0000		
1681.9331							

0.0000 0.0000 1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.1032 0.0000 0.1509 0.2361 0.1135 0.0000 0.0000
0.0200 0.4225 0.0000 0.0000 -0.2245 0.0000 0.0000 0.0000
0.8129 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.1580 0.0000 0.0000 0.2696 0.1729 0.8129 0.4916 0.0903
0.1935 0.0000 -0.0387 0.0000 0.5161 0.0000 0.1870 -0.0967
0.1193 0.0000 0.1258 -0.0645 0.1935 0.0000
4381.9267
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.6666 1.0000 0.7999 0.9999 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.6666 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 -0.6666 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000
666.6662
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000 -.0000 0.9999 1.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.9999 -0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000
0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000
999.9985
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 1.0000 1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000 0.9999 -0.0000 -0.0000
-0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000
0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000
999.9987

0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	1.2129	0.0000	1.3238	1.4245	-0.2658	0.0000	0.0000
-0.1400	-0.3096	0.0000	0.0000	-0.2380	0.0000	0.0000	0.0000
4.0516	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.2677	0.0000	0.0000	-0.8812	-0.6683	-0.9483	-0.6735	1.5612
1.7774	0.0000	-0.3967	1.7419	-0.2258	0.0000		
6687.7255							
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-0.5462	0.0000	-0.8238	-1.3245	1.8658	0.0000	0.0000
-0.9599	0.3096	0.0000	0.0000	0.2380	0.0000	0.0000	0.0000
-2.3849	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.2677	0.0000	0.0000	3.6812	2.2683	0.9483	0.6735	-1.5612
0.2258	0.0000	-4.7118	0.0000	1.9354	0.0000	-0.9483	0.3870
-1.7774	0.0000	0.3967	-1.7419	0.2258	0.0000		
178.9307							
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	1.6999	0.0000	0.0000	-1.4999	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	2.9999	1.7999	-0.0000
-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.9999	-0.9999
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000		
4799.9922							
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
0.0000	-0.6666	0.0000	-0.7999	-0.9999	0.0000	0.0000	0.0000
-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.3333	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
-0.9999	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
1333.3332							

0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.1032	0.0000	0.1509	0.2361	-0.3864	0.0000	0.0000
0.3200	-0.0774	0.0000	0.0000	0.0754	0.0000	0.0000	0.0000
0.8129	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.1580	0.0000	0.0000	-1.2303	-1.0270	-0.6870	-0.7083	0.0903
0.1935	0.0000	0.9612	0.0000	-0.4838	0.0000	0.1870	-0.0967
0.1193	0.0000	0.1258	-0.0645	0.1935	0.0000		
381.9366							
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-0.1109	0.0000	0.0627	0.4211	1.2779	0.0000	0.0000
-0.1940	0.7432	0.0000	0.0000	0.4813	0.0000	0.0000	-1.0000
0.8761	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.3925	0.0000	0.0000	3.5350	2.6041	2.5761	1.9765	0.0529
0.3419	0.0000	-2.9083	0.0000	4.6451	0.0000	-0.2761	0.9290
-0.3158	0.0000	0.8022	-0.1806	1.0000			
15629.3867							

VEKTOR C

0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-1.9354	0.0000	-2.9806	-4.8774	-1.3290	0.0000	0.0000
-0.6999	-1.5483	0.0000	0.0000	-1.1903	0.0000	0.0000	0.0000
-13.7419	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-1.3387	0.0000	0.0000	-4.4064	-3.3419	-4.7419	-3.3677	-2.1935
-1.1290	0.0000	-0.7742	0.0000	-9.6774	0.0000	-0.2580	-1.9354
-3.1129	0.0000	-1.9838	-1.2903	-1.1290	0.0000		

DER GESAMTGEWINN BETRAEGT 50561.21

DAS ERGEBNIS WURDE NACH 29 SCHRITTEN ERREICHT

Anhang II

```
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,DISK,KEYBOARD)
*ONE WORD INTEGERS
      DIMENSION INT(4,5),IPF(5),N(5),PIVS(320),LIEF(4,5),C(320)
      DEFINE FILE 1(200,320,U,JIK1)
      DEFINE FILE 2(1,320,U,JIK2)
      DEFINE FILE 3(2,320,U,JIK3)
      DEFINE FILE 4(1,6,U,JIK4)
      DEFINE FILE 5(1,160,U,JIK5)
      CALL DATSW (3,ID)
      GO TO (140,10),ID
   10 READ(2,1000)MAXI,MAXJ,IPER
      READ(2,1002)(N(I),I = 1,IPER)
 1002 FORMAT(5I2)
      DO       2000 I = 1,IPER
      I = I
      N1 = N(I)
 2000 READ(2,1001)(INT(N2,I),N2 = 1,N1)
      READ(2,1002)(IPF(I),I = 1,IPER)
 1001 FORMAT(20I2)
 1050 FORMAT(3(I2,3X))
 1000 FORMAT(3(I3,2X))
      CALL        LESEN(MAXI,MAXJ,IPER,I4,LIEF,N,IR,INT,K,IPF)
      CALL        LES2 (MAXI,MAXJ,IPER,I4,LIEF,N,IR,INT,K,IPF)
      CALL        LES3(MAXI,MAXJ,IPER,I4,K)
      GAIN = 0.
      IN = 1
      GO TO 150
  140 READ(4'1)GAIN,IN,MAXI,MAXJ,K
  145 CALL DATSW(9,ID)
      GO TO (146,150),ID
  146 CALL        STUF(K,MAXI,PIVS,L,M,PIVE)
      WRITE(1,2030)
 2030 FORMAT(' SCHALTER 8 UND 9 AUSSCHALTEN')
      PAUSE 111
      GO TO 155
  150 CALL        AUSGA(J3,J4,I3,MAXI,K,L,M,PIVS,PIVE)
  155 CALL        NEUMA(M,PIVE,MAXI,L,PIVS,K,GAIN,PRUEF,IN,MAXJ)
      IN = IN + 1
      CALL DATSW (5,ICA)
      GO TO (160,170),ICA
  160 WRITE(3,1055)
 1055 FORMAT(10X,' VEKTOR C')
      READ(3'1)(C(J),J = 1,K)
      WRITE(3,112)(C(J),J = 1,K)
  112 FORMAT(8(E14.4))
      WRITE(3,1056)GAIN,IN
 1056 FORMAT(' ZWISCHENGEWINN',F14.4,10X,I4,' SCHRITTE')
  170 CALL DATSW (4,ICA)
      GO TO (280,180),ICA
  180 CALL DATSW (2,ID)
      GO TO      (200,190),ID
  190 IF (PRUEF) 200,200,145
  200 CALL        ERGE(MAXJ,MAXI,GAIN,IN)
      GAIN = -GAIN
      WRITE(1,2025)
 2025 FORMAT(' SCHALTER 2 ON, RECHNUNG ENDE'/'SCHALTER 8 ON, RECHNUNG WE
     2ITER'/'SCHALTER 8 UND 9 ON, GOMORY-VERFAHREN')
      PAUSE 7777
      CALL DATSW(8,ID)
      GO TO (145,280),ID
  280 WRITE(4'1)GAIN,IN,MAXI,MAXJ,K
  300 CALL EXIT
      END
```

```
// DUP
*STORE       WS  UA  HPTPR

* ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE STUF(K,MAXI,PIVS,L,M,PIVE)
      DIMENSION A(320),B(160),C(320),D(320),PIVS(160)
      EQUIVALENCE (A(1),C(1))
 1213 FORMAT(E12.4)
 1000 FORMAT(' GANZZAHLIGE ZEILE EINTIPPEN I3')
 1001 FORMAT(I3)
      WRITE(1,1000)
      READ(6,1001)N
      PAUSE1234
      MAX = MAXI
      I1 = 2*N - 1
      READ(1'I1)(A(J),J = 1,K)
      READ(2'1)(B(I),I = 1,MAX)
      MAXI = MAXI + 1
      K = K + 1
      A(K) = 0.
      D(K) = 1.
      B(MAXI) = IFIX(B(N)) - B(N)
      WRITE(2'1)(B(I),I = 1,MAXI)
      KK = K - 1
      DO                          100 J = 1,KK
      IF (A(J)) 10,15,20
   10 D(J) = IFIX(A(J) - 1.) - A(J)
      GO TO 100
   15 D(J) = 0.
      GO TO 100
   20 D(J) = IFIX(A(J)) - A(J)
  100 CONTINUE
      WRITE(3,1212)(D(J),J = 1,K)
 1212 FORMAT(10F10.2)
      WRITE(3,1213)B(MAXI)
      I1 = 2*MAXI - 1
      WRITE(1'I1)(D(J),J = 1,K)
      DO                          200 I = 1,MAX
      I1 = 2*I - 1
      READ(1'I1)(A(J),J = 1,KK)
  200 WRITE(1'I1)(A(J),J = 1,K)
      I1 = 2*MAX + 1
      READ(1'I1)(A(J),J = 1,K)
      PIVE = 0.1E 35
      DO                          300 J = 1,K
      IF (A(J)) 210,300,300
  210 PIV1 = B(MAXI)/A(J)
      IF(PIVE - PIV1) 300,300,215
  215 L = J
      PIVE = PIV1
  300 CONTINUE
      DO                          350 I = 1,MAX
      I1 = 2*I - 1
      READ(1'I1)(A(J),J = 1,K)
  350 PIVS(I) = A(L)
```

```
      C(K) = 0.
      WRITE(3'1)(C(J),J = 1,K)
      READ(3'1)(C(J),J = 1,K)
      M = MAXI
      RETURN
      END
// DUP
*STORE       WS  UA  STUF


// FOR
*ARITHMETIC TRACE
*TRANSFER TRACE
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE AUSGA(J3,J4,I3,MAXI,K,L,M,PIVS,PIVE)
      DIMENSION A(320),B(160),PIVS(320),C(320)
      READ(3'1)(C(J), J = 1,K)
      CMAX = C(1)
      L = 1
      DO                          2 J = 1,K
      IF (C(J) - CMAX) 2,2,1
    1 CMAX = C(J)
      L = J
    2 CONTINUE
      READ(2'1)(B(I),I = 1,160)
      AMIN = 1.E 30
      DO                          100 I4 = 1,MAXI
      I1 = 2*I4 - 1
      READ(1'I1)(A(J),J = 1,K)
      PIVS(I4) = A(L)
      IF (A(L)) 100,100,50
   50 D = B(I4)/A(L)
      IF (AMIN - D) 100,100,60
   60 AMIN = D
      M = I4
      PIVE = A(L)
  100 CONTINUE
      RETURN
      END
// DUP
*STORE     WS  UA  AUSGA


// FOR
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE NEUMA(M,PIVE,MAXI,L,PIVS,K,GAIN,PRUEF,IN,MAXJ)
      DIMENSION A(320),B(160),C(320),PIVZ(320),PIVS(320),ISP(160)
      EQUIVALENCE (A(1),B(1)),(A(161),C(1))
      CALL TSTOP
      I1 = 2*(M - 1) + 1
      READ(1'I1)(A(J),J = 1,K)
      DO                          50 J = 1,K
   50 PIVZ(J) = A(J)/PIVE
      WRITE(1'I1)(PIVZ(J),J = 1,K)
      CALL DATSW(6,ID)
      GO TO(12,13),ID
   12 WRITE(3,1000)(PIVZ(J),J = 1,K)
 1000 FORMAT (/(1X,10F8.2))
      WRITE(3,1000)(PIVS(I),I = 1,MAXI)
   13 DO                          200          I = 1,MAXI
```

```
      IF (I - M) 110,200,110
  110 I1 = 2*(I - 1) + 1
      READ(1'I1)(A(J),J = 1,K)
      DO                              150 J = 1,K
      IF (L-J) 135,140,135
  135 A(J) = A(J) - PIVS(I)*PIVZ(J)
      GO TO 150
  140 A(J) = 0.
      CALL TSTOP
  150 CONTINUE
  170 WRITE(1'I1)(A(J),J = 1,K)
  200 CONTINUE
      READ(3'1)(C(J),J = 1,K)
      PIVC = C(L)

      DO                              220 J = 1,K
      IF (J-L) 210,205,210
  205 C(J) = 0.
      GO TO 220
  210 C(J) = C(J) - PIVZ(J)*PIVC
  220 CONTINUE
      WRITE(3'1)(C(J),J = 1,K)
      READ(2'1)(B(I) ,I = 1,160)
      B(M) = B(M)/PIVE
      CALL DATSW(7,ID)
      GO TO(225,228),ID
  225 WRITE(3,1001) PIVE,PIVC,M,L,B(M)
 1001 FORMAT(' PIVE'F10.2' PIVC'F10.2' ZEILE' I3' SPALTE'I3' B(M)'F10.2)
  228 DO                              300 I = 1,MAXI
      IF (I-M) 230,300,230
  230 IF (B(I)) 240,250,250
  240 WRITE (1,1002)I
 1002 FORMAT(' ZEILE' 1X,I3' MIT NEGATIVER KAPAZITAET')
  250 B(I) = B(I) - B(M)*PIVS(I)
  300 CONTINUE
      WRITE(2'1)(B(I),I = 1,160)
      GAIN = GAIN - B(M)*PIVC
      PRUEF = 0.
      DO                              350 J = 1,K
      IF (C(J)) 350,350,325
  325 PRUEF = C(J)
  350 CONTINUE
  400 CONTINUE
      IF ( IN - 1) 410,410,450
  410 DO                              420 I = 1,MAXI
  420 ISP(I) = I + MAXJ
      GO TO 460
  450 READ(5'1)(ISP(I),I = 1,MAXI)
  460 ISP(M) = L
      WRITE(5'1)(ISP(I),I = 1,MAXI)
      RETURN
      END
// DUP
*STORE       WS  UA  NEUMA


// FOR
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE LES2 (MAXI,MAXJ,IPER,I4,LIEF,N,IR,INT,K,IPF)
      DIMENSION INT(4,5),IPF(5),LIEF(4,5),N(5),A(320)
      CALL TSTOP
  111 FORMAT(10(F8.2,1X))
 1010 FORMAT (8F10.4)
```

```
1005 FORMAT(16F5.1)
     K2 = IPER
     K1 = 0
     DO                          600 IP = 1,2
     N3 = 0
     K4 = K2
     DO                         600 I = 1,IPER
     I4 = I4 + 1
     DO       510 J = 1,K4
 510 A(J) = 0.
     N5 = 0
     K3 = K1 + IPER + 1
     K1 = K1 +  LIEF(IP,I)
     K2 = K1 + IPER
     DO                         520 J = K3,IR
     IF (J - K2) 514,514,515
 514 A(J) = -1.
     GO TO 520
 515 A(J) = 0.
 520 CONTINUE
     N1 = N(I)
     N4 = IR + N3 + 1
     DO                         530 N2 = 1,N1
 530 N5 = N5 + INT(N2,I)
     N3 = N5 + N3
     N6 = N4 + N5 - 1
     READ(2,1005)(A(J),J =N4,N6)
     N7 = N6 + 1
     DO                         550 J = N7,K
     IF (I4 + MAXJ - J) 535,540,535
 535 A(J) = 0.
     GO TO 550
 540 A(J) = 1.
 550 CONTINUE
     DO                         590         I2 = 1,2
     J1 = 160*I2 - 159
     J2 = 160*I2
     I1 = 2*(I4 - 1) + I2
     WRITE(1'I1)(A(J),J = J1,J2)
     IF (J2 - K) 590,595,595
 590 CONTINUE
 595 WRITE(3,111)(A(J),J = 1,MAXJ)
 600 CONTINUE
     CALL TSTRT
     J5 = IR + 1
     CALL DATSW(1,ID)
     GO TO (602,605),ID
 602 J6 = MAXJ - 5
     GO TO 609
 605 J6 = MAXJ - 5
 609 READ(2,1010)(A(J),J = J5,J6)
     J7 = J6 + 1
     DO                         650 I = 1,IPER
     I4 = I4 + 1
     READ(2,1010)(A(J),J = 1,IR)
     READ(2,1011)(A(J),J = J7,MAXJ)
1011 FORMAT (9F8.2)
     JMAX = MAXJ + 1
     DO                         620 J = JMAX,K
     IF (J - MAXJ-I4) 615,610,615
 610 A(J) = 1.
     GO TO 620
 615 A(J) = 0.
 620 CONTINUE
```

```
      DO                              639 I2 = 1,2
      J1 = 160*I2 - 159
      J2 = 160*I2
      I1 = 2*(I4 - 1) + I2
      WRITE(1'I1)(A(J),J = J1,J2)
      IF (J2 - K) 639,640,640
  639 CONTINUE
  640 WRITE(3,111)(A(J),J = 1,MAXJ)
  650 CONTINUE
      RETURN
      END
// DUP
*STORE      WS  UA  LES2


// FOR
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE ERGE(MAXJ,MAXI,GAIN,IN)
      DIMENSION A(320),B(160),C(32),ISP(160)
      K = MAXI + MAXJ
      READ(2'1)(B(I),I = 1,MAXI)
      DO                              100 I = 1,MAXI
      DO                              50 I2 = 1,2
      I1 = 2*(I - 1) + I2
      FIND(1'I1)
      J1 = 160*I2 - 159
      J2 = 160*I2
   50 READ(1'I1)(A(J),J = J1,J2)
      WRITE(3,111)(A(J),J = 1,K)
  111 FORMAT(8(F12.4,1X))
  100 WRITE(3,222)B(I)
  222 FORMAT (F12.4)
      READ(3'1)(C(J),J = 1,K)
      WRITE(3,1011)
 1011 FORMAT(20X,' VEKTOR C')
      WRITE(3,111)(C(J),J = 1,K)
      GAIN = GAIN*(-1.)
      WRITE(3,1009)GAIN
 1009 FORMAT(' DER GESAMTGEWINN BETRAEGT 'F12.2)
      WRITE(3,1010)IN
 1010 FORMAT(' DAS ERGEBNIS WURDE NACH 'I3' SCHRITTEN ERREICHT')
      READ(5'1)(ISP(I),I = 1,MAXI)
      WRITE(3,1020)(ISP(I),I = 1,MAXI)
 1020 FORMAT(//'  VARIABLE MIT SPALTENZAHL'/20(2X,I3))
      RETURN
      END
// DUP
*STORE      WS  UA  ERGE


// FOR
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE LES3(MAXI,MAXJ,IPER,I4,K)
      DIMENSION A(320),B(160),C(320)
  111 FORMAT(10(F8.2,1X))
 1010 FORMAT (8F10.4)
      JMAX = MAXJ + 1
      CALL DATSW(1,ID)
      GO TO (651,740),ID
  651 I4 = I4 + 1
      DO                              660 J = 1,K
      IF (J - MAXJ + 4) 652,654,655
  655 IF (J - MAXJ - I4) 652,654,652
```

```
  652 A(J) = 0.
      GO TO 660
  654 A(J) = 1.
  660 CONTINUE
      DO                          690         I2 = 1,2
      J1 = 160*I2 - 159
      J2 = 160*I2
      I1 = 2*(I4 - 1) + I2
      WRITE(1'I1)(A(J),J = J1,J2)
      IF (J2 - K) 690,695,695
  690 CONTINUE
  695 WRITE(3,111)(A(J),J = 1,MAXJ)
  740 DO                          750 I8 = 1,16
      I1 = 10*I8 - 9
      I2 = 10*I8
      READ(2,1006)(B(I),I = I1,I2)
 1006 FORMAT(10F8.2)
      IF (I2 - MAXI) 750,760,760
  750 CONTINUE
  760 WRITE (2'1)(B(I),I = 1,MAXI)
      WRITE(3,222)(B(I),I = 1,MAXI)
  222 FORMAT(/8(F10.2,1X)/)
      DO                          800 I8 = 1,20
      I1 = 8*I8 - 7
      I2 = 8*I8
      READ(2,1010)(C(J),J = I1,I2)
      IF(I2 - MAXJ) 800,810,810
  800 CONTINUE
  810 DO                          815 J = JMAX,K
  815 C(J) = 0.
      DO                          890 I2 = 1,2
      J1 = 160*I2 - 159
      J2 = 160*I2
      WRITE (3'I2)(C(J),J = J1,J2)
      IF (J2 - K)                 890,900,900
  890 CONTINUE
  900 CONTINUE
      WRITE(3,112)(C(J),J = 1,MAXJ)
  112 FORMAT(8(F10.4,1X))
      RETURN
      END
// DUP
*STORE      WS  UA  LES3
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE LESEN(MAXI,MAXJ,IPER,I4,LIEF,N,IR,INT,K,IPF)
      DIMENSION INT(4,5),IPF(5),N(5),LIEF(4,5),A(320),      IDX(10)
      L1 = 0
      CALL DATSW(1,ID)
      GO TO (2,3),ID
    2 READ(2,1111)(IDX(I8),I8 = 1,10)
 1111 FORMAT(18I4)
      WRITE(3,1111)(IDX(I8),I8 = 1,10)
    3 DO                          5 I = 1,IPER
      N1 = IPF(I)
      DO                          5 N2= 1,N1
      LIEF(N2,I) = 1
    5 L1 = L1 + LIEF(N2,I)
      IR = L1 + IPER
      K = MAXI + MAXJ
      DO                          200 I = 1,IR
      DO                          100 J = 1,K
      IF (J - MAXJ) 10,10,30
   10 IF (I - J) 40,20,40
```

```
   30 IF (J - MAXJ - I) 40,20,40
   20 A(J) = 1.
      GO TO 100
   40 A(J) = 0.
  100 CONTINUE
      DO                          150 I2 = 1,2
      I1 = 2*(I - 1) + I2
      J1 = 160*I2 - 159
      J2 = 160*I2
      WRITE(1'I1)(A(JA),JA = J1,J2)
      IF (J2 - K) 150,180,180
  150 CONTINUE
  180 CONTINUE
  111 FORMAT(10(F8.2,1X))
  200 CONTINUE
      I3 = IR
      I4 = IR
      I8 = 1
      DO                          300 I = 1,IPER
      N1 = N(I)
      DO                          300 N2 = 1,N1
      I6 = I3 + 1
      I7 = INT(N2,I)
      I3 = I6 + I7 - 1
      I4 = I4 + 1
      DO                          250 J = 1,K
      IF (J - I6)240,220,210
  210 IF (J - I3) 220,220,224
  224 CALL DATSW(1,ID)
      GO TO (225,230),ID
  225 IF (J-MAXJ + 4) 240,227,226
  226 IF (J-MAXJ + 4) 227,227,230
  227 A(J) = IDX(I8)
      I8 = I8 + 1
      GO TO 250
  230 IF (J - MAXJ - I4) 240,220,240
  220 A(J) = 1.
      GO TO 250
  240 A(J) = 0.
  250 CONTINUE
      WRITE(3,111)(A(J),J = 1,MAXJ)
      DO                          290 I2 = 1,2
      I1 = 2*(I4 - 1) + I2
      J1 = 160*I2 - 159
      J2 = 160*I2
      WRITE(1'I1)(A(J),J = J1,J2)
      IF (J2 - K) 290,300,300
  290 CONTINUE
  300 CONTINUE
      DO                          320 I = 1,IPER
      I4 = I4 + 1
      I3 = I3 + 1
      DO                          312 J = 1,K
      IF (J-MAXJ) 303,303,304
  303 CALL DATSW (1,ID)
      GO TO (307,308),ID
  307 IF (MAXJ - 4 +IPER)310,305,310
  308 IF (J - I3) 310,305,310
  304 IF (J-MAXJ - I4) 310,305,310
  305 A(J) = 1.
      GO TO 312
  310 A(J) = 0.
  312 CONTINUE
      DO                          315         I2 = 1,2
```

```
      J1 = 160*I2 - 159
      J2 = 160*I2
      I1 = 2*(I4 - 1) + I2
      WRITE(1'I1)(A(J),J = J1,J2)
      IF (J2 - K) 315,317,317
  315 CONTINUE
  317 WRITE(3,111)(A(J),J = 1,MAXJ)
  320 CONTINUE
      N3 = 0
      DO                          500 I = 1,IPER
      N5 = 0
      I4 = I4 + 1
      DO                          410 J = 1,IR
      IF (J-I) 403,403,405
  403 A(J) = 1.
      GO TO 410
  405 A(J) = 0.
  410 CONTINUE
      N1 = N(I)
      N4 = IR + N3 + 1
      DO                          420 N2 = 1,N1
  420 N5 = N5 + INT(N2,I)
      N3 = N5 + N3
      N6 = N4 + N5 - 1
      READ(2,1005)(A(J),J = N4,N6)
 1005 FORMAT(16F5.1)
      N7 = N6 + 1
      DO                          450 J = N7,K
      IF (I4 + MAXJ - J) 435,440,435
  435 A(J) = 0.
      GO TO 450
  440  A(J) = 1.
  450 CONTINUE
      DO                          490 I2 = 1,2
      J1 = 160*I2 - 159
      J2 = 160*I2
      I1 = 2*(I4 - 1) + I2
      WRITE(1'I1)(A(J),J = J1,J2)
      IF (J2 - K) 490,495,495
  490 CONTINUE
  495 WRITE(3,111)(A(J),J = 1,MAXJ)
  500 CONTINUE
      RETURN
      END
// DUP
*STORE       WS  UA  LESEN
```

Literaturverzeichnis

1. Selbständige Bücher und Schriften

Adam, D., Produktionsplanung bei Sortenfertigung. Ein Beitrag zur Theorie der Mehrproduktunternehmung. Dissertation Hamburg 1965.

Agthe, K., Schnaufer, E., Unternehmensplanung. Baden-Baden 1963

Albach, H., Investition und Liquidität. Wiesbaden 1962

Adler, H., Düring, W., Schmaltz, K., Rechnungslegung und Prüfung der Aktiengesellschaften. 3. Auflage Stuttgart 1957.

Angermann, A., Entscheidungsmodelle. Frankfurt am Main 1963

Beckmann, M., Lineare Planungsrechnung. Ludwigshafen am Rhein 1959

Behrens, K. Chr., Allgemeine Standortbestimmungslehre. Köln - Opladen 1961

Bellinger, B., Langfristige Finanzierung. Wiesbaden 1964

Bellman, R., Dynamische Programmierung und selbstanpassende Regelprozesse

Bidlingmaier, J., Unternehmerziele und Unternehmerstrategien. Wiesbaden 1964

Brunner, M., Planung in Saisonunternehmungen. Köln - Opladen 1962

Busse von Colbe, W., Die Planung der Betriebsgröße. Wiesbaden 1964.

Clar, P., Die Kapazitätsnutzung in der Industrieunternehmung. Aus der Reihe: Betriebswirtschaftliche Forschungsergebnisse, Bd. 2o. Berlin 1964

Elsner, K., Mehrstufige Produktionstheorie und dynamisches Programmieren. Schriften zur wirtschaftswissenschaftlichen Forschung. Meisenheim am Glan 1964

Fellner, F. W., Competition Among the Few. New York 1949

Förstner, K., Henn, R., Dynamische Produktionstheorie und Lineare Programmierung. Meisenheim am Glan 1957

Gäfgen, G., Theorie der wirtschaftlichen Entscheidungen. Untersuchungen zur Logik und ökonomischen Bedeutung des rationalen Handelns. Tübingen 1963

Gälweiler, A., Produktionskosten und Produktionsgeschwindigkeit. Wiesbaden 1960

Gutenberg, E., Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre. Bd. I: Die Produktion. 12. neubearb. und erw. Aufl. 1966. 13. Aufl. 1967. 14. Aufl. 1968. Berlin - Heidelberg - New York.
Bd. II: Der Absatz. 10. Aufl. 1967

- , Planung im Betrieb. In: Planungsrechnung und Rationalisierung. Wiesbaden 1953

- , Untersuchungen über die Investitionsentscheidungen industrieller Unternehmen. Köln - Opladen 1959

Hadley, G., Nonlinear and Dynamic Programming. Reading, Palo Alto, London 1964

Heinen, E., Anpassungsprozesse und ihre kostenmäßigen Konsequenzen. Köln - Opladen 1957

- , Betriebswirtschaftliche Kostenlehre. Bd. I: Begriff und Theorie der Kosten. 2. Aufl. Wiesbaden 1965

- , Das Zielsystem der Unternehmung. Wiesbaden 1966

Henzel, F., Die Kostenrechnung. 4. erw. und veränderte Aufl. Essen 1964

- , Kosten und Leistung. 2. neubearb. Aufl. der Kostenanalyse. Bühl - Baden 1941

Holtgrewe, K. G., Automation und Entscheidung. Möglichkeiten und Probleme eines ganzheitlichen Informations- und Entscheidungssystems. Wiesbaden 1968

Joksch, H. C., Lineares Programmieren. 2. Aufl. Tübingen 1965

Jonas, H., Grenzen der Kreditfinanzierung. Wiesbaden 1960

Kern, W., Optimierungsverfahren in der Ablauforganisation. Gestaltungsmöglichkeiten mit Operations Research. Essen 1967

Kilger, W., Flexible Plankostenrechnung. 3. erw. Aufl., Köln - Opladen 1967

- , Produktionsplanung, einschließlich Planung des Fertigungsprogramms. Schriftenreihe der AGPLAN, Bd. II 1959

- , Produktions- und Kostentheorie. Wiesbaden 1958

Koch, H., Betriebliche Planung. Grundlagen und Grundfragen der Unternehmungspolitik. Wiesbaden 1961

Kosiol, E., Kalkulatorische Buchhaltung (Betriebsbuchhaltung). 5. Aufl. Wiesbaden 1953

- , Einführung in die Betriebswirtschaftslehre. Die Unternehmung als wirtschaftliches Aktionszentrum. Wiesbaden 1968

- , Leistungsgerechte Entlohnung. Überarb. und erw. 2. Aufl. der "Theorie der Lohnstruktur". Wiesbaden 1962

- , Kostenrechnung. Wiesbaden 1964

Kosiol, E., Organisation der Unternehmung. Wiesbaden 1962

Kromphardt, W., Henn, R., Förstner, K., Lineare Entscheidungsmodelle. Berlin - Göttingen - Heidelberg 1962

Kunkel, D., Grundlagen der betrieblichen Gesamtplanung. (Ein Versuch zu einer Theorie der laufenden Gesamtplanung im Industriebetrieb.) Dissertation 1960

Mellerowicz, K., Betriebswirtschaftslehre der Industrie. Bd. II. Freiburg im Breisgau 1958

- , Kosten und Kostenrechnung. Teil I: Theorie der Kosten. 4. Aufl. Berlin 1963

- , Planung und Plankostenrechnung. Bd. I: Betriebliche Planung. Freiburg im Breisgau 1961

Moxter, A., Methodologische Grundfragen der Betriebswirtschaftslehre. Köln - Opladen 1957

Pack, L., Elastizität der Kosten. Grundlagen einer entscheidungsorientierten Kostentheorie. Wiesbaden 1966

Paulsen, A., Allgemeine Volkswirtschaftslehre. Bd. I: Grundlegung, Wirtschaftskreislauf. Berlin 1959

Sandig, C., Finanzierung mit Fremdkapital. Stuttgart 1930

Sasieni, Yaspan, A., Friedman, L., Methoden und Probleme der Unternehmensforschung. In deutscher Sprache herausgegeben von Künzi, H.P. 2. unveränderte Aufl. Würzburg - Wien 1965

Schmalenbach, E., Kostenrechnung und Preispolitik. 8. Aufl. Köln - Opladen 1963

Schwarz, H., Optimale Investitionsentscheidungen. München 1967

Sellien, H., Finanzierung und Finanzierungsplanung. Wiesbaden o.J.

Stähly, P., Kurzfristige Erfolgsplanung. Würzburg - Wien 1962

Vazsonyi, A., Die Planungsrechnung in Wirtschaft und Industrie. Wien - München 1962

Vischer, P., Simultane Produktions- und Absatzplanung. Wiesbaden 1967

Wöhe, G., Einführung in die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre. 7. erw. und neubearb. Aufl. Berlin und Frankfurt am Main 1967

- , Methodologische Grundprobleme der Betriebswirtschaftslehre. Meisenheim am Glan 1959

Zimmermann, H. J., Mathematische Entscheidungsforschung und ihre Anwendung auf die Produktionspolitik. Berlin 1963

Zimmermann, W., Modellanalytische Verfahren zur Bestimmung optimaler Fertigungsprogramme. Dissertation Berlin 1966

2. Aufsätze aus Handbüchern und Festschriften

Albach, H., Kapitalbildung und optimale Kassenhaltung. In: Finanzierungshandbuch. Wiesbaden 1964

- , Produktionsplanung auf der Grundlage technischer Verbrauchsfunktionen. Köln - Opladen 1962. In: Krelle, W., Gelöste und ungelöste Probleme der Unternehmensforschung

- , Zur Verbindung von Produktions- und Investitionstheorie. In: Zur Theorie der Unternehmung. Festschrift zum 65. Geburtstag von Erich Gutenberg. Wiesbaden 1962

Genkinger, R., Die Interdependenz der Teilpläne. In: Neue Wege der Betriebswirtschaft. Festschrift für Walter Thoms zu seinem 65. Geburtstag. Herne - Berlin 1964

Grochla, E., Das Problem der Unternehmensplanung. In: Gegenwartsfragen der Unternehmung. Festschrift zum 7o. Geburtstag von F. Henzel. Wiesbaden 1961

Gutenberg, E., Abschreibungen. In: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften. Bd. I. Göttingen 1956

Heinen, E., Die Zielfunktion der Unternehmung. In: Zur Theorie der Unternehmung. Wiesbaden 1962

Jacob, H., Produktionsplanung und Kostentheorie. In: Zur Theorie der Unternehmung. Wiesbaden 1962

Kilger, W., Planungsrechnung und Entscheidungsmodelle des Operations Research. In: Unternehmensplanung als Instrument der Unternehmensführung. Wiesbaden 1965

Pausenberger, E., Die finanzielle Sanierung. In: Finanzierungshandbuch. Wiesbaden 1964

Schneider, K. H., Methoden und Methodenfragen der Volkswirtschaftslehre. In: Kompendium der Volkswirtschaftslehre. Bd. I. Göttingen 1967

3. Aufsätze in Zeitschriften und Periodika

Adamowsky, S., Lang- und kurzfristige Planung. In: Unternehmensplanung. Wiesbaden 1963

Agthe, K., Langfristige Unternehmensplanung. In: Unternehmensplanung. Wiesbaden 1963

Albach, H., Investitionsentscheidungen im Mehrproduktunternehmungen. In: Betriebsführung und Operations Research. Frankfurt am Main 1963

- , Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung. In: ZfhF 196o

Bidlingmaier, J., Zur Zielbildung in Unternehmungsorganisationen. In: ZfbF 1967

- , Die Ziele der Unternehmer. Ein Beitrag zur Theorie des Unternehmerverhaltens. In: ZfB 1963

Bindels, G., Ein Rechenverfahren zur Bestimmung der optimalen Größe von Produktionsbetrieben im Steinkohlenbergbau. In: Ablauf- und Planungsforschung. Operational Research 1964

Bleicher, K., Der Planrahmen. Ein Mittel zur Steuerung von Unternehmungen. In: ZfB 196o

Dinkelbach, W., Hax, H., Die Anwendung der gemischt ganzzahligen Programmierung auf betriebswirtschaftliche Entscheidungsprobleme. In: ZfhF 1962

- , Steffens, F., Gemischt ganzzahlige lineare Programme zur Lösung gewisser Entscheidungsprobleme. In: Unternehmensforschung. Bd. 5 Würzburg 1961

Ferschl, F., Grundzüge der Dynamic Programming. In: Unternehmensforschung 1959

Frisch, R., On the Notion of Equilibrium and Disequilibrium. In: The Review of Economic Studies, Vol. III 1935/36. Neudruck New York 1959

Goebel, F., Kleinsteuber, W., Rabatte und optimale Losgrößen bei der Beschaffung. In: ZfB 1966

Gutenberg, E., Über einige Fragen der neueren Betriebswirtschaftslehre. In: ZfB 1966 Ergänzungsheft I

- , Offene Fragen der Produktions- und Kostentheorie. In: ZfhF 1956

- , Die Planung im Betrieb. In: ZfB 1952

Hax, H., Bewertungsprobleme bei der Formulierung von Zielfunktionen für Entscheidungsmodelle. In: ZfbF 1967

- , Investitions- und Finanzplanung mit Hilfe der linearen Programmierung. In: ZfbF 1964

- , Rentabilitätsmaximierung als unternehmerische Zielsetzung. In: ZfhF 1963

Helma, G., Über Rangordnungen bei linearen Programmen. In: ZfB 1963

Henzel, F., Der Beschäftigungsgrad. In: ZfB 1928

- , Neuere Tendenzen auf dem Gebiete der Kostenrechnung. In: ZfhF 1962

- , Der Unternehmer als Disponent seiner Kosten. In: ZfB 1936

Honko, J., Investitionsentscheidungen und ihre Verbindung mit dem Planungs- und Kontrollprozeß. In: ZfB 1967

Jacob, H., Neuere Entwicklungen in der Investitionsrechnung. In: ZfB 1964

- , Das Ersatzproblem in der Investitionsrechnung und der Einfluß der Restnutzungsdauer alter Anlagen auf die Investitionsrechnung. In: ZfhF 1957

- , Flexibilitätsüberlegungen in der Investitionsrechnung. In: ZfB 1967

Kern, W., Gestaltungsmöglichkeit und Verwendung betriebswirtschaftlicher Planungsmodelle. In: ZfhF 1962

Köster, H. D., Telegdy, L., Optimierung des Eisenerzeinkaufs mit Hilfe der linearen Programmierung. In: Ablauf- und Planungsforschung. Operational Research 1965

Kosiol, E., Modellanalyse als Grundlage unternehmerischer Entscheidungen. In: ZfhF 1961

Langen, H., Die Prognose von Zahlungseingängen. Die Abhängigkeit der Bareinnahmen von Umsätzen in dynamischer Sicht. In: ZfB 1964

- , Betriebliche Zahlungsströme und ihre Planung in dynamischer Sicht. In: ZfB 1965

Müller-Merbach, H., Operations Research als Optimalplanung. In: ZfhF 1963

Reichmann, Th., Die betrieblichen Anpassungsprozesse im Lagerbereich. In: ZfbF 1967

Retkowski, W., Statische und dynamische Gesichtspunkte in der Betriebswirtschaftslehre. In: BFuP 1959

Scheuing, E., Der Unternehmer als Entscheidungszentrum. In: ZfB 1967

Schneider, D., Kostentheorie und verursachungsgemäße Kostenrechnung. In: ZfhF 1961

- , "Lernkurven" und ihre Bedeutung für Produktionsplanung und Kostentheorie. In: ZfbF 1965

Schweitzer, M., Beitrag zur optimalen Terminierung. In: ZfB 1966

Seidel, H., Die bereitschaftsbedingten Kosten der Produktion in Abhängigkeit von der Länge der Anpassungszeitspanne. In: KRP 1962

Shephard, R. W., Dynamic Programming und Produktionsplanung zum Zwecke der Minimierung der Produktions- und Lagerkosten. In: Ablauf- und Planungsforschung. Operational Research 1964

Steinmann, H., Schwinn, R., Kapazitätsabstimmung mit Hilfe der linearen Programmierung im Steinkohlenbergbau. In: ZfbF 1967

Swoboda, P., Beziehungen zwischen betrieblicher Investitionspolitik und Preisbildung. In: ZfbF 1966

- , Die simultane Planung von Rationalisierungs- und Erweiterungsinvestitionen und von Produktionsprogrammen. In: ZfB 1965

Wagner, H., Simultane Planung von Investition, Beschäftigung und Finanzierung mit Hilfe der dynamischen Programmierung. In: ZfB 1967

Westermann, H., Optimale Lieferantenwahl zur Einsparung von Materialkosten. In: KRP 1962

Zschocke, P., Die Behandlung von Entscheidungsproblemen mithilfe des dynamischen Programmierens. In: Unternehmensforschung 1964

Abkürzungsverzeichnis der Zeitschriften

BFuP	Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis
KRP	Kostenrechnungspraxis
ZfB	Zeitschrift für Betriebswirtschaft
ZfbF	Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung
ZfhF	Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung

Lebenslauf

Ich bin als Sohn des Diplomkaufmanns Georg Martens und seiner Ehefrau Irmgard am 25. September 1940 in Berlin-Zehlendorf geboren worden.

Nach der Reifeprüfung im Frühjahr 1959 am Gymnasium zu Berlin-Steglitz begann ich mit dem Studium der Betriebswirtschaftslehre an der wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Fakultät der Freien Universität Berlin. Neben dem theoretischen Studium erwarb ich praktische Kenntnisse in der Elektroindustrie und im Bankwesen im In- und Ausland. Im Wintersemester 1964/65 bestand ich das Diplom-Examen in Betriebswirtschaftslehre, danach wurde ich als Tutor für Betriebswirtschaftslehre an der wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Fakultät der Freien Universität Berlin bis zum Sommersemester 1968 einschließlich beschäftigt.